國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國 立 清 華 大 學

教 育 統 計 共 備

進 階 教 育 統 計 學

本書由運動科學系 謝錦城教授、教育心理與諮商學系 王振世副教授、環境與文化資源學系 丁志堅副教授以及數理教育研究所 許慧玉副教授四位老師共同編輯創作，內容共分為三大部分：實驗設計與分析、統計概念與分析成果以及 SPSS 操作。

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國 立 清 華 大 學
教 育 統 計 共 備
實 驗 設 計 與 分 析

教授：
謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國立清華大學
教育統計共備

教授：

謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

1

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

目錄

2

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

1.

實驗設計概念

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念

實驗設計（experimental design）是指一套將受試者安排入實驗情境與進行統計分析的計畫。是一套用以檢驗科學假設的活動所組成。包括：

1. 統計假設（statistical hypothesis） 的建立
2. 實驗情境與條件的設定（自變項）
3. 測量與實驗控制的方式（依變項與控制變項）
4. 受試者的選取條件（抽樣）
5. 統計分析方法的決定

實驗設計與統計分析當中具有相當緊密的關係，實驗設計就是一門以統計觀念為核心的統計方法學。

實驗設計概念

實驗設計中的變項

1. 自變項（因）（independent variable）
2. 依變項（果）（dependent variable）
3. 控制變項（control variable）

實驗組與控制組

1. 實驗組（experimental group）：受測者必定是接受了實驗操弄的影響。
2. 控制組（control group）：沒有接受實驗操弄。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念

兩個以上的自變項

1. 多因子設計的特性
   - 一個實驗不只關心一種實驗操弄對於依變項的影響，同時處理多種實驗的操弄時，稱為多重因子設計（factorial design）
2. 多因子設計的優點
   1) 提高效能：多個自變項
   2) 提升研究的實驗控制效果：主效果
   3) 得到更豐富的研究發現：交互效果
   4) 提高實驗研究的類化程度：推及更廣泛，跨越不同情境或受試者觀察依變項。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念

兩個以上的依變項

1. 多變量設計的特性

➢ 有時無法從單一的計量指標來反應依變項欲反應的變化情形，必須使用多重的計量指標。多重依變項時，必須使用更高階的統計方法，如多變量變異數分析（MANOVA）或多變量共變數分析（MANCOVA）。

7

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念

兩個以上的依變項

2. 多變量設計的優劣

1） 實際研究設計中，多重自變項多於多重依變項，乃因多重依變項的處理使得研究結果的解釋困難。

2） 計量分析觀點，自變項屬於類別變項，依變項多屬連續變項。依變項間的變化應如何解釋？與「因」之間的關係為何？增加了研究者的困擾。

3） 一般不鼓勵採用多重依變項的實驗設計。縱使採用多個依變項，也把每一個依變項獨立出來討論，進行幾個單一變項的統計分析，以避免依變項共變關係難以說明。

8

實驗設計概念-實驗設計種類

實驗設計名稱	實驗處理模式	實驗對照	前測控制	隨機分配
前實驗研究設計（pre-experimental design）				
1.單組後測設計 one-shot case study	X → T2	x	x	x
2.單組前後測設計 one-group pretest-posttest design	T1 → X → T2	x	V	x
3.靜態組間比較 static-group comparison	E X → T2 C → T2	V	x	x

實驗設計概念-實驗設計種類

實驗設計名稱	實驗處理模式	實驗對照	前測控制	隨機分配
真實驗研究設計（true-experimental design）				
4.隨機化實驗控制組前後測設計 randomized control-group pretest-posttest design	Er T1 → X → T2 Cr T1 → → T2	V	V	V
5.隨機化實驗控制組後測設計 randomized control-group posttest design	Er X → T2 Cr → T2	V	x	V
6.所羅門四組設計 Solomon four-group design	Er T1 → X → T2 Cr T1 → → T2 Er X → T2 Cr → T2	V	V	V

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念-實驗設計種類

實驗設計名稱	實驗處理模式	實驗對照	前測控制	隨機分配
準實驗研究設計（quasi-experimental design）				
7.非隨機化實驗控制組前後測設計 non-randomized control-group pretest-posttest design	E T1 → X → T2 C T1 → → T2	V	V	x
8.對抗平衡設計 counterbalanced design	1. ABCD 2. BCDA 3. CDAB 4. DABC	V	-	V
9.單組時間序列分析 one-group time-series	T1T2T3T4 X T5T6T7T8	X	V	x
10.實驗控制組時間序列分析 control-group time-series	T1T2T3T4 X T5T6T7T8 T1T2T3T4 T5T6T7T8	V	V	-

11

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念
一、前實驗設計

簡單易於實施的優點，未能符合實驗設計的嚴格要求。常用於非正式、非專業的場合。可作為一個概況的瞭解，或初探性質的研究。

（一）單組後測設計

僅在一群受試者施以某種實驗處理，然後測量他們的反應。

（二）單組前後測設計

比單組後測設計多出在事前先測一次反應。

（三）靜態組間比較

比單組後測設計增加了一個對照組。缺乏前測做客觀的基礎，兩組後測的差異比較，充滿著各種可能的干擾與混淆因素。

12

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念
二、真實驗設計

真實驗設計要具備：實驗組與控制組、前測與後測、隨機分配。符合兩者，可勉強屬於實驗設計。

（四）隨機化實驗控制組前後測設計

完全滿足實驗設計三個要件，最典型實驗設計。

（五）隨機化實驗控制組後測設計

缺乏前測的數據，實驗的因果論證存在前測立足點不明確的威脅。但隨機化使實驗前的立足點趨於一致，可去除此威脅。

（六）所羅門設計

目的在於檢驗前測對於後測的練習與記憶效果，因前測讓受試者獲得練習機會，後測成績較佳。從兩個控制組的後測T2分數的比較，可反應出前測的影響。需更多樣本，增加研究負擔與成本，較不常被使用。

13

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念
三、準實驗設計

沒有隨機化處理的實驗設計。

（七）準實驗設計

與（四） 隨機化實驗控制組前後測設計（古典實驗設計）僅缺乏隨機化的處理。經常可見此類實驗設計，受限某些因素，無法隨機分配受試者，但因有前測，實驗前所存在的個別差異，可配合統計分析（共變數分析），將前測作為控制變項，因此所得結果仍具有相當的效力。

14

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念
三、準實驗設計

（八）對抗平衡設計

　　採用受試者內設計，同一組受試者接受不同的實驗處理時，因僅一組受試者，不同實驗狀況之間並不需要進行樣本隨機分配。受試者的反應可能受到實驗順序的影響，造成實驗效果的混淆。因此對抗平衡設計乃處理實驗順序的問題。

可利用單因子變異數分析來考驗不同的實驗處理在依變數的得分上是否有無顯著差異。

		實驗順序			
		1	2	3	4
實驗處理	1	A	B	C	D
	2	B	C	D	A
	3	C	D	A	B
	4	D	A	B	C

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念
三、準實驗設計

（九）單組時間序列分析

對於某個測量指標進行週期性的追蹤測量，主要用於縱貫研究（longitudinal study）。

在時間序列中插入一個實驗處理X，再觀察整個時間趨勢的變化情形，又稱為中斷性時間序列設計。

用於瞭解時間變動的趨勢，提供預測功能；以及檢驗實驗處理的影響。

因採用持續性的測量，必定使用受試者內設計。

緊鄰實驗處理X的前後兩次測量T4與T5，可視為橫斷研究的前測與後測。

利用迴歸建立實驗處理前與後的時間序列模型，比較兩者斜率與截距，來比較實驗前與實驗後的行為模式的變化。

實驗設計概念
三、準實驗設計

（十）實驗控制組時間序列分析

在單組時間序列分析增加一組受試者作為控制組，以便控制其他外在因素與個人的生活事件的影響。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計概念

受試者的分配

一、受試者間設計

二、受試者內設計

三、前後測設計

四、混合設計

實驗設計概念

實驗設計的計量原理

一、自變項水準與統計分析

（一） K=1

（二） K=2

（三） K≥3

實驗設計概念

實驗設計的計量原理

二、變項數目與統計分析

（一）單因子變異數分析

（二）二因子變異數分析

（三）三因子變異數分析

（四）多因子變異數分析

（五）完全獨立多因子變異數分析

（六）完全相依多因子變異數分析

（七）混合設計多因子變異數分析

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

2.

實驗設計與分析
CH1

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗設計與分析
CH1 簡介設計的實驗 目錄

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

觀察一個正在運作的系統或製程，是學習該系統或製程的一個重要部分，也是了解與學習該系統和製程如何運作的一個不可切割的部分。

美國職棒大聯盟紐約洋基隊的捕手尤吉・貝拉（YogiBerra）曾說過：「光是用眼睛看就可以觀察到許多問題」。

然而，當你要了解改變特定的輸入因子會對製程造成什麼樣的影響時，你就必須要做比「看」更多的事你必須要實際去改變這些因子，這是指，為了要真正的瞭解系統中的因果關係，你必須要刻意的改變系統的輸入因子來觀察系統的輸出因這些輸入所產生的變化。

23

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

換言之，你必須針對系統進行實驗。觀察一個系統或製程，雖然可以找出使系統成功運作的理論或假設，但必須利用前測實驗的方式才能驗證這些理論或假設是正確的。

幾乎所有領域的研究人員都會進行實驗，為的是想得到有關一個特定過程或系統的一些訊息。照字面上講，一個實驗（experiment）就是一個試驗（test）。每一個實驗就是一個測試。

24

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

可以定義一個實驗就是一個試驗或一系列的試驗，而在這些試驗當中，對於有興趣的特定過程或系統的輸入變數，故意變動它們的值，可觀察到或辨認出輸出反應值變動的原因。如要知道哪個變數造成了反應變數發生變化，因此建立重要變數與反應變數之間的關係式，並利用這樣的關係式來改善製程或做出決策。

25

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

作為一個實驗的例子，假設一位冶金工程師有興趣的是兩種硬化過程，油焠和鹽水焠，對鋁合金的影響。這個實驗的目的在於決定出哪一種焠火溶液能夠對這特定的合金產生最大的硬度。因此，工程師決定將數個合金樣本浸到不同的溶液中，然後再量測其硬度。最後以兩種溶液中合金試片退火後的硬度平均值來決定哪一種溶液較佳。

26

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

當思考這個簡單的實驗時，腦筋裡應該浮現出下列幾個重要的問題：

1.感興趣的就只有這兩種溶液嗎?

2.還有哪些可能會影響硬度的因子，應該在本實驗中進行研究或控制的（例如焠火溶液溫度）？

3.每一種溶液的合金樣本數應為多少?

4.合金樣本應如何分配給各種溶液?資料蒐集的順序又應如何?

5.應該用哪些資料分析的方法?

6.所觀測到的平均硬度值的差異，要大到什麼地步才算是重要的?

所有以上的問題，及許多其他的可能問題，都應該在實驗執行以前必須有 滿意的答覆。

27

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

習慣稱為確定模型（mechanistic model）。熟為人知的歐姆定理E = IR，就是一個簡單的例子。然而，科學與工程的許多問題需要觀測（observation）運作中的系統，並且實驗以闡明關於系統何以及如何運作的資訊。好設計的實驗常常可以獲得系統績效的模型，這種由實驗得到的模型稱為經驗模型（empirical model）。貫穿本書，都會介紹一些技術，這些技術將有設計實驗的結果轉為經驗模型。科學家或者工程師能夠如同運作確定模型一般，運作經驗模型。

好的設計的實驗是重要的，因為所獲致的結果和結論與資料蒐集的方式是息息相關的。

28

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

實驗者（進行實驗的人）的目的就是要決定這些因子對系統的輸出反應的影響。所謂實驗的策略（strategy of experimentation）指的是規劃及執行實驗的途徑。一位實驗者可以採用的策略有好幾種，以一個非常簡單的例子來說明：

我真的很喜歡打高爾夫球。但不幸地，我不喜歡練球，所以我一直想找出一個降低桿數的簡單方法以下是一些我認為對於桿數來說，重要的或有影響的因子：

1.開球桿的種類（加大型或一般型）； 2.球的種類（橡皮膠或三片型）；

3.背著球袋步行或乘坐電動車； 4.喝水或喝啤酒；

5.打球的時間是上午或下午； 6.冷天打球還是熱天打球；

7.高爾夫球鞋的鞋釘是金屬的還是軟的；8.打球的天氣是有風還是沒有風。

29

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

很明顯地，還有許多其他因子可以被考慮，但假設以上這些是最主要的。再者，基於長期打球的經驗，他決定可以忽略因子5到8；亦即，這些因子是不重要的因為它們的效果很小而沒有實務價值在真正的實驗當中，工程師或科學家經常必須對所考慮的因子做出這種決定。現在想想，如何以實驗的方式來決定因子1~4對我的高爾夫球桿數的影響。假設最多只能打8局一種方法是任意選一種這些因子的組合，試驗後看結果如何。例如，選出的組合是加大型開球桿、橡皮膠、電動車及喝水，結果是87桿。然而，在打球時我注意到當使用加大型球桿時有幾球飛得非常遠（對高爾夫球而言，遠不一定就好），因此，我決定下一局使用一般型球桿而將其他的因子固定不變。這種方法幾乎可以持續進行，根據這一次試驗的結果而在下一的試驗當中改變一個或二個因子的水準。這種稱之為最佳猜測途徑（best-guessapproach）的實驗策略在實務上經常為工程師或科學家所採用。

30

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

這種方式也經常很有效，因為實驗者通常對要研究的系統不但有相當多的實務經驗，同時更有異常充沛的技術或理論知識。然而，這種最佳猜測途徑至少有兩個缺點。首先，假如起始的「最佳猜測」未產生想要的結果。則，實驗者必須對正確的水準組合做另一次「猜測」。這樣可以進行好長一段時間而沒有任何成功的保證。再者，假如起始的「最佳猜測」的結果是可接受的。則，實驗者會傾向於終止實驗，即使無法保證所得的是最佳的。

31

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

另一個實驗策略就是實務界大量使用的一次一因子法one-factor-at-a-time， OFAT）這個方法包括選擇一個起始點或每個因子水準組合的一個基線（baselin），然後一次改變一個因子的水準（在其範圍內）而將其他因子的水準都固定在基線上。當所有的實驗都做完以後，就可以劃出一系列的圖形來顯示當其他變數都是固定時，各因子是如何影響反應變數的。

32

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

圖1.2就是高爾夫球實驗的系列圖形，而基線（起始點）就是加大型開球桿、橡皮膠、走路及喝開水等水準的組合這個圖形的解釋是很直接的，例如，行進的斜率是負的，這表示乘坐電動車將會改善桿數。用這些一次一因子的系列圖形，我們選出最佳組合為一般型球桿、乘坐電動車及喝啤酒。高爾夫球的種類似乎並不重要。

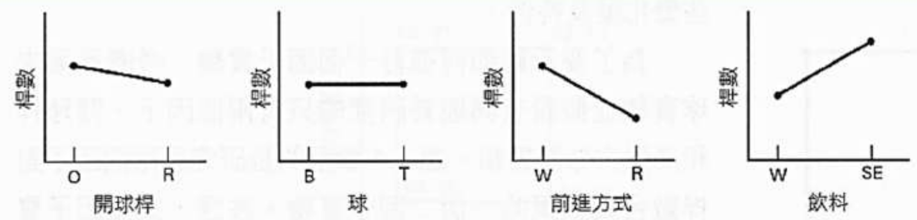


圖 1.2 高爾夫實驗一次一因子策略的結果

33

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

一次一因子策略的主要缺點就是未能考慮介於因子間的任何可能的交互作用（interaction）所謂交互作用指的是一個因子無法在另一個因子的不同水準對反對變數產生相同的效果。圖1.3是高爾夫球實驗中開球桿與飲料的交互作用圖形。請注意，如果用的是一般型開球桿，則飲料的種類幾乎沒有任何影響，但如果用的是加大型開球桿，則喝開水（W）的桿數要比喝啤酒（B）的好得太多。

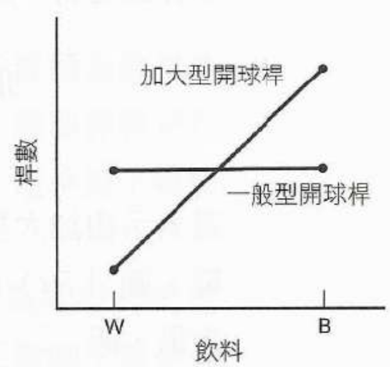


圖 1.3 高爾夫實驗中開球桿和飲料的交互作用

34

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

因子間的交互作用是很常見的，而且一旦發生，一次一因子的實驗策略所帶來的結果通常很差。許多人不瞭解這一點，因此，實務上還是有很多人使用一次一因子法（有些人甚至認為這個策略是與科學方法有關，或它是一個很有道理的工程原理）。一次一因子實驗設計比起基於統計的實驗方式在效率方面都是較差的。

35

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

處理多因子的正確途徑是進行一個因子實驗（factorial experiment）這是一個眾因子同時變動而不是一次變動一個因子的實驗策略。因子實驗設計的觀念是非常重要的，本書中將會有好幾章來介紹基本的因子實驗和一些變化型及特例。

36

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

為了要示範如何進行一個因子實驗，考慮高爾夫球實驗並假設有興趣要研究的只有兩個因子，開球桿和高爾夫球的種類。圖1.4顯示的是研究這兩個因子對桿數合成效果的一個二因子實驗。注意，這個因子實驗中的兩個因子都是2水準而可能的4種因子水準組合都被用在設計當中。幾何上來講，這4種組合形成一個正方形的4個角。

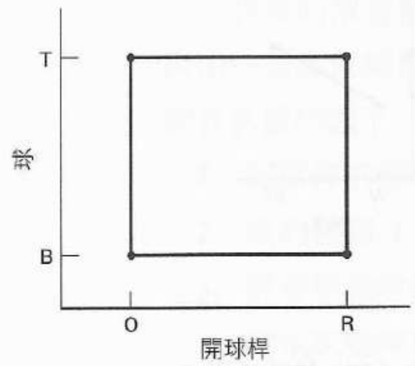


圖 1.4　開球桿和球的二因子因子實驗

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

這種特殊的因子實驗稱之為2^2因子設計（2^2factorial design）（二因子，各2水準）。既然可以打8局來研究這些因子的效果，一個合理的規劃定二種組合（如圖1.4所示）打兩局，這種情況稱之為重複（replicate）設計兩次這樣的實驗設計使得實驗者可以探討個別因子的效果或者主效果（main ef-fect） 及決定因子間是否存在交互作用。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

圖1.5（a）為圖1.4因子實驗的結果，四種測試組台的桿數列在正方形的四個角邊。觀察圖1.5（a），分別有四個觀察值提供使用兩種不同開球桿之資訊。

39

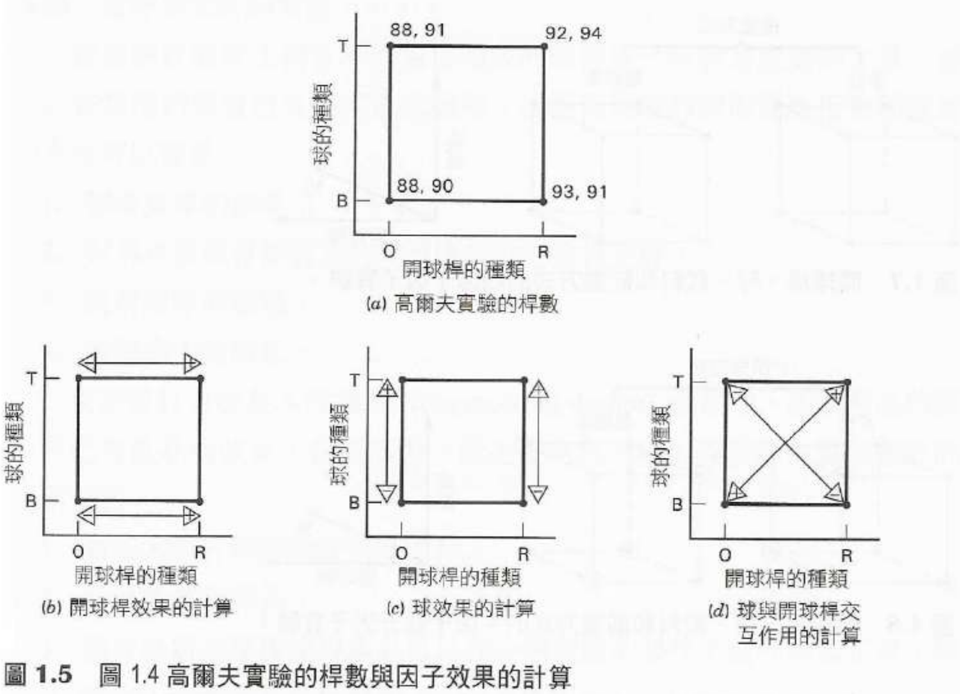


圖 1.5　圖 1.4 高爾夫實驗的桿數與因子效果的計算

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

計算圖1.5（b）的正方形左邊與右邊平均數的差，得出由加大型開球桿改變到一般型開球桿的效果，即

$$開球桿的效果 = \frac{92+94+93+91}{4} - \frac{88+91+88+90}{4}$$
$$= 3.25$$

這表示由加大型開球桿改變到一般型開球桿-平均每局增加3.25桿。

41

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

同理，圖1.5（c）的正方形上邊資料與下邊資料平均數的差，表示高爾夫球的效果，即

$$球的效果 = \frac{88+91+92+94}{4} - \frac{88+90+93+91}{4}$$
$$= 0.75$$

最後，高爾夫球與開球桿的交互作用，由圖1.5（d）的正方形，右上至左下資料的平均數減左上至右下資料的平均數差而得，即

$$球與開球桿的交互作用 = \frac{92+94+88+90}{4} - \frac{88+91+93+91}{4}$$
$$= 0.25$$

42

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

因子實驗的結果指出開球桿的效果均大於球的效果或者交互作用統計檢定可以用來決定這些效果是否為零。經由統計檢定，顯示有合理強烈的統計證據，指出開球桿效果不為零，其他二個效果為零。因此，我可能永遠採用加大型開球桿打高爾夫球了。

由這個例子顯示因子實驗一個非常重要的特徵，即因子實驗是最有效率地使用實驗資料。這個實驗的八個觀測值都用以計算球、開球桿與交互作用的效果。沒有其他實驗策略可以如此有效地使用資料。這是因子實驗重要而且有用的特性。

43

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

可以擴展這個概念至三因子。假設現在有興趣的因子為開球桿的種類、高爾夫球的種類及飲料的種類等三個因子。又假設這三個因子都是2水準，則一個因子實驗的設計將如圖1.6所示。注意，在此共有8種可能的因子水準組合，而這8種組合在幾何上可以表示為一個立方體的8個角。這就是一個2^3因子設計（2^3 factorial design）的例子。因為只能打8局，所以，每種組合下（立方體的每個角）只能打一局。

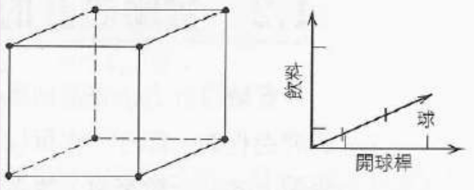


圖 1.6　開球桿、球和飲料的三因子實驗。

44

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

然而，如果將此與圖1.4的二因子實驗來比較，則2^3因子實驗對於因子效果將會提供相同的資訊。例如，在兩種實驗設計當中，都有4次試驗可以提供一般要1024次試驗。從時間與資源的角度來看，這立刻變成是行不通的。在高爾夫球桿數的例子當中，我們只能打8局，即使是圖1.7的實驗都嫌太大。

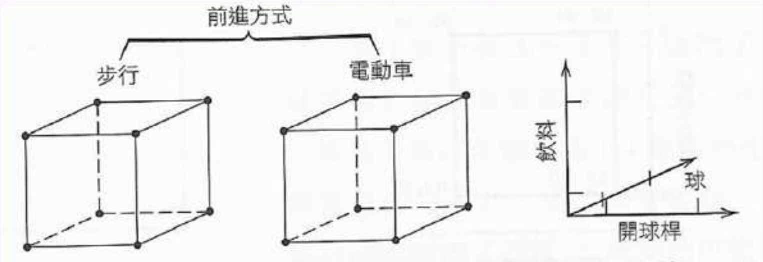


圖 1.7 開球桿、球、飲料和前進方式的四因子因子實驗。

45

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

幸運的是當因子個數為4、5 或更多時，通常不需要對所有可能的因子水準組合進行試驗。一個部分因子實驗（fractional factorial experiment）就是基本的因子設計的一個變化型態，在其中只有進行一個子集合的試驗。

46

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.1實驗設計的策略

圖1.8就是高爾夫球桿數實驗四個因子的一個部分因子設計。這個設計只需8局而不是原先的16局，所以稱之為$\frac{1}{2}$部分（one-half fraction）。如果只能打8局，這將是一個絕佳的設計來研究4個因子。它可以提供有關4個因子主效果及因子間交互作用的良好訊息。

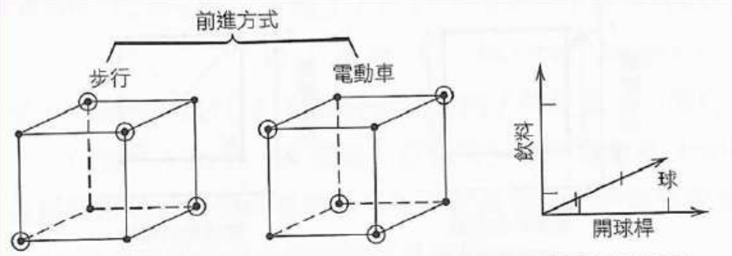


圖 1.8　開球桿、球、飲料和前進方式的 4 因子部分因子實驗。

47

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

實驗設計方法普遍地應用於許多領域。事實上，可將實驗看成是科學研究過程的一部分，也可以看成是一種瞭解系統或過程是如何達成功能的學習方式。一般來說，學習是透過一連串的活動，其中包括對一個過程做出揣測，進行實驗以產生數據資料，然後利用實驗所得的資訊建立起新的揣測，這將導致新的實驗，……。

48

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

實驗設計對於工程世界的製程績效的改善是一項非常重要的工具。而對於新製程的開發也有著大量的應用。在製程開發的初期就應用實驗設計的方法可以帶來：

1. 製程良率的提升
2. 對名目值或目標需求的變異降低及一致性更好
3. 開發時程的縮短
4. 整體成本的降低

49

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

實驗設計方法在工程設計（engineering design）活動中，如新產品的開發及已有產品的改良，也扮演著一個主要角色。在工程設計中實驗設計的應用包括：

1. 對基本設計架構的評估及比較
2. 材料選擇的評估
3. 設計參數的選擇使得產品可以在一個寬廣的條件下操作功能正常，換言之，使得產品是穩健的（robust）
4. 影響產品表現的關鍵產品設計參數的決定
5. 新產品的形成

50

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

實驗設計在這些範圍的應用可以使得產品是較容易生產、有更強的實際表現及可靠度、有較低的產品成本及較短的產品設計與開發時間。設計的實驗也廣泛地應用在行銷、市場研究、交易和服務作業及一般的商業活動。我們用幾個例子來示範這些觀念。

51

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

例題1.1　特徵化一個製程

印刷線路板的製造過程中有一部焊錫機。這部機器以助焊劑清潔板子，然後預熱，沿著輸送帶移動板子經過波焊。這個波焊使得板子上含鉛的零件進行電性及機械性的連接。

這個製程目前操控在大約是1%不良率的水準。亦即，板子上的焊點大約有1%是焊錫不良而需要人工補焊。但是，印刷線路板平均有2000個焊點，即使是1%的不良率也會帶來可怕的補焊作業工作量。負責這個區域的製程工程師想用一個設計的實驗來決定哪些機器參數會影響焊錫不良的發生及應如何調整這些參數來減少焊錫不良。

52

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

這部焊錫機有一些可控的變數。它們是：

1.焊錫的溫度； 2.預熱的溫度；

3.輸送帶的速度； 4.助焊劑的種類；

5.助焊劑的比重； 6.錫波的深度； 7.輸送帶的角度。

除了這些可控因子以外，還有一些在日常生產時無法輕易控制的因子，雖然，為了試驗的目的它們是可以被控制住的。它們包括了：

1.印刷線路板的厚度； 2.板子上零件的種類；

3.板子上零件的佈局； 4.作業員； 5.生產速率。

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

在這種情況下，工程師們有興趣的是特徵化（characterizing）焊錫機；亦即，他們要決定出影響印刷線路板上焊錫不良發生的因子有哪些（包括可控和不可控的）。為了要達成這個願望，他們可以設計一個實驗使他們能估計因子效果的大小及方向；也就是當每個因子改變時反應變數（單位不良數）是如何隨之改變的及當多個因子一起改變時是否產生不同於個別因子改變時效果的加總，也就是因子之間否有交互作用。有時候我們稱這種實驗篩選實驗（screening experiment）。典型地選或特徵化實驗都會使用部分因子設計，如圖1.8的高爾夫球例子。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

從這個篩選或特徵化實驗所得的資訊己用來辨認關鍵製程因子及決定這些因子的調整方向以進一步降低單位不良數。實驗結果也能提供在日常生產時哪些因子應該更小心控制的資訊，為的是防止高不良率及不正常的製程表現。因此，實驗結果可能導致對製程變數（process variables）（如焊錫溫度）實施管制圖的管制作業，而不僅只對製程輸出做管制圖。隨著時間，如果製程改善到一個地步，是可以將製程管制的規劃重新從對輸出反應的管制轉至對製程輸入變數的管制。

55

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

例題1.2最佳化一個製程

在一個特徵化實驗中，通常感興趣於決定哪些製程變數會影響輸出反應。合乎邏輯的下一步就是最佳化，亦即，決定重要因子的範圍以得到可能最好的反應。例如，如果反應是良率，希望找到一個最高良率的範圍，而如果反應是某關鍵產品尺寸的變異數，則希望找到一個最小變異的範圍。

假設感興趣於改善一個化學製程的良率。從特徵化實驗的結果，知道影響良率的兩個最重要因子為操作溫度及反應時間。而目前現行的操作條件為145F的操作溫度和2.1小時的反應時間且目前的良率約為80%請參閱圖1.9。

56

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

在這個圖裡，有著相同良率的點被連結起來形成等高線（contours），也劃出良率為60%，70%，80%，90%和95%的等高線。這些等高線是良率曲面的橫切面在時間-溫度平面的投影。這個曲面一般稱之為反應曲面（response surface）圖 1.9 中的真實的反應曲面對製程人員而言是未知的，所以必須用實驗的方法來對時間及溫度做良率的最佳化。

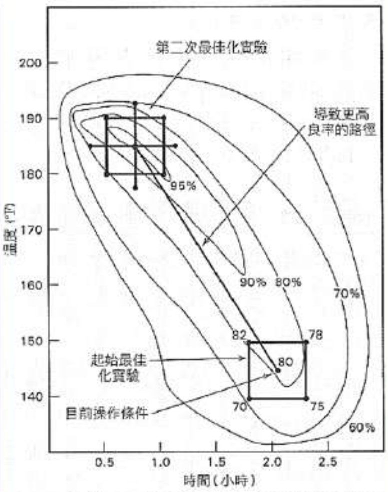


圖 1.9　良率為反應時間和反應溫度函數的等高線圖，以說明一個最佳化實驗。

57

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

要找出最佳點，必須同時變動溫度與時間來進行實驗，亦即，一個因子實驗。在圖1.9中可以看到一個2因子實驗的結果。從正方形四個角所看到的反應值可以知道我們應該朝向溫度升高及反應時間降低的方向移動來提升良率。在這個方向可以繼續進行數個實驗，所得之結果應足以找出最高良率的範圍。

只要獲得最佳點所在區域，便要進行第二個實驗，目的為得到製程的經驗模型，再取得時間與溫度的最佳作業條件的更精確估計。這種製程最佳化的方法稱為反應曲面方法（response surface methodology）

58

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

例題 1.6 設計一個網頁

當今許多企業都透過全球資訊網來經營管理。必然地，公司網頁的設計可能會產生重要的經濟影響。設想一個網站有以下的元件：（1）圖形的動畫影像；（2）主要頭條；（3）次頭條；（4）主要的文字段落；（5）右邊的主要圖像；（6）網頁背景設計；（7）footer我們感興趣於找出那些影響點擊連結率的因素，也就是點擊該目標連結的人數除以參訪該網頁的人數。適當的選擇重要的影響因素可以導致一個最佳化的網頁設計。假設有四種選擇可以用來作為動畫影像、八個主要頭條的選擇、六個次頭條的選擇、五個主要文字段落的選擇、主要圖像的選擇、三種背景圖樣的選擇以種 footer的選擇。

59

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.2實驗設計的一些典型應用

如果用因子設計，以上所有可能組成網頁的因子必須被建構與測試。這總共有4x8x6x5x4x3x7=80640種可能。很明顯地，這麼多種組合不太可能被設計與測試，因此全因子實驗便不能被考慮。然而，部分因子實驗只使用了其中一小部分來設計網頁是可能會成功的。這個實驗只需要部分的因子實驗，其中的因子有著不同的水準數，將在第9章討論如何建構這些設計。

60

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

如果想要最有效率地進行如例題1.1到例題1.6的實驗，則必須採用科學的途徑來規劃實驗。所謂實驗的統計設計（statistical design of experiment’或稱統計實驗設計）意指規劃實驗的過程，使得可以利用統計方法來分析的合宜的資料可以被蒐集，而得到正確、客觀的結論。如果想從資料中得到有意義的結論，則統計途徑的實驗設計是必須的。當問題的資料牽涉誤差時，統計方法是分析的唯一客觀途徑。因此,任何實驗有兩面：實驗的設計與資料的統計分析。這兩個主題又彼此關係密切，因為分析的方法與所採用的設計直接有關。本書對這兩個主題都將討論到。

61

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

實驗設計的三個基本原理是隨機化（randomization）、重複（replication）和區集劃分（blocking）有時候我們會在這三個基本原理上再增加因子原理 （factorial principle）隨機化是實驗設計中使用統計方法的背後基石。

隨機化，我們指的是實驗材料的配置及各個試驗的進行順序隨機化。統計方法要求觀測值（或誤差）為分配獨立的隨機變數。隨機化的過程通常可以確保這個假設成立。實驗透過適當的隨機化，亦有助於「扯平」（average out）可能出現的外來因子的干擾。

62

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

例如，合金試片的厚度有些微的差異而這會影響退火溶液的效果。如果在油溶液中處理的試片的厚度都比在鹽水中處理的試片的厚度來得厚一點，則結論的公正性將受到質疑。以隨機的方式配置試片到兩種溶液將可減輕或避免這個問題。

電腦軟體廣泛用在選取與建構實驗設計。這些軟體經常顯示出隨機化的實驗順序。而隨機實驗順序由亂數產生器 （random number generator）產生。即使使用軟體隨機化實驗順序，還是需要指定實驗材料（如上面提及硬度例子的試片）、操作員、量測設備等。有時候實驗者面臨實驗隨機化的困難。

63

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

例如，化學製程的溫度變動是常困難的，因此，變動溫度的次數應該少於其他因子水準的變型的實驗難以實施完全隨機化，否則會增加額外的時間及成些統計設計方法處理這種隨機化限制。

64

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

重複（replication）意指獨立反覆每一種因子組合的實驗在1.1節的合金實驗裡，重複就是用油和鹽水各處理一個合金樣本試片。因此，如果每種溶液各處理五片樣本試片，就稱重複五次。這10次試驗應隨機化後進行觀測。重複有兩個重要的性質。第一、它允許實驗者可以估計實驗誤差的變異數。而這個誤差變異數的估計值就成為判斷所觀察到的資料中的差異是否為統計上顯著的基本衡量單位。第二、如果樣本平均值（可）是用來估計實驗中因子的效果，則重複使得實驗者可以得到更精確的效果估計值。例如，如果是個別觀測值的變異數和重複了n次，

則樣本平均值的變異數為$\sigma_{y}^{2} = \frac{\sigma^2}{n}$

65

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

這個在實務上的意義為，如果n=1且觀測值為y_1=145（油焠）及y_2 =147（鹽水焠），大概無法對退火溶液的效果做出滿意的推論，亦即，觀察到的差異可能是實驗誤差的結果。沒有重複，無法得知何以兩個觀察值是有差異，另一方面，如果n是相當大且實驗誤差的變異數又足夠小，則如果觀測到$\overline{y_1} < \bar{y}_2$，可相當安全地說鹽水焠比起油焠能夠產生更高的硬度。

66

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

在隨機化實驗順序時，經常發生相鄰實驗的因子水準會有一些是相關的。例如，3個因子壓力、溫度及時間的實驗，隨機化實驗順序的一部分

結果如下：

實驗編號	壓力 (psi)	溫度 (°C)	時間 (min)
i	30	100	30
$i+1$	30	125	45
$i+2$	40	125	45

67

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

第i次及第i+1次實驗的壓力相同，第i+1及第i+2次實驗的溫度及時間都一樣。第i次實驗完後，即使第i+1實驗的壓力仍為30psi，仍然要重新設定壓力為30psi。第i+2次實驗時一樣需要重新設定與第i+1次相同的溫度及時間這樣才能得到真正的重複，設定因子水準的變異是實驗誤差的一部分。

68

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

重複與重複量測（repeated measurements）是有所區分的。例如，在單晶圓電漿蝕刻製程中蝕刻矽晶圓後，量測晶圓的關鍵尺寸（CD）三次。這三次量測不是三重複，而是三次重複量測三次重複量測的變異直接反映量測系統或者量規本身固有的變異，也有可能是因為晶圓的不同量測位置所造成量測值CD的變異。再如，在設定時間與氣體流量的氧化爐內，同時加工四片晶圓，每一片晶圓量測氧化厚度一次。四片晶圓的量測是重複量測，不是重複。四重複量測的變異反映四片晶圓間的差異與這次實驗的其他變異來源重複反映實驗間（between）與實驗內（within）的變異來源。

69

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

區集劃分（blocking）是一個設計技巧，它用於眾多因子比較時，改善比較的精確度。區集劃分常用於減低或者消除干擾因子（nuisance factor）形成的變異。干擾因子影響實驗結果，但是這種影響並不是我們所關心的。例如，化學製程的實驗需要兩批原料，以供應所有實驗之用。然而，由於原料供應商間的變異，造成原料批之間的可能差異，如果原料批的效果不是我們所關心的，那麼原料就是干擾因子。一般而言，區集是一組相對均齊的實驗條件。在化學製程的例子，每一批原料為一個區集，因為同一批內的變異預期小於批之間的變異。干擾因子的每一個水準為一個區集。然後，實驗者基於統計設計，將觀察值分為若干組，每一組在一個區集實驗。

70

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.3基本原理

三個實驗設計的基本原理、隨機化、重複與區集劃分是每一個實驗的一部分。貫穿本書，將重複地說明與強調這三個原理。

71

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

要以統計途徑來設計並分析一個實驗，相關人員必須在事前就對到底要研究什麼、資料要如何蒐集，及至少定性瞭解資料要如何分析等事情有一個清晰的概念。所推薦的一個步驟大綱如表1.1所示。現在對這大綱做簡短的討論並深入一些主要的事項。

72

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

1.問題的認知及陳述：

這一項看似相當明顯，但實際上認知到一個需要實驗的問題的存在及對這個問題發展出一個明確且為大家接受的陳述都不是一件簡單的事。與實驗目的有關的部門所有的想法都必須考慮進來，如工程部、品保處、製造、行銷、管理、顧客及操作人員（頗有洞察力而又經常被忽略的一群）。一個明確的問題陳述對於現象的瞭解掌握和問題的最終解決有實質的貢獻。為了這個原因，建議以團隊（team approach）方式來規劃實驗。

73

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

將實驗必須注意的特定問題或者疑問列表，是有幫助的。問題的清晰描述實質有助於更加瞭解研究現象與問題的最後解答。

專注於全面的目標是很重要的。做實驗都有許多理由，且每一類型的實驗都會產生屬於該實驗特有的問題，必須一些問題，必須要討論或考慮到。以下是一些（絕對不是全部）做實驗的理由：

74

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

a. 篩選因子（factor screening）或特性化（characterization）：

對一個新的系統或製程而言，通常最重要的是了解哪個因子對有興趣的反應變數影響最大。一般來說，會有很多個因子會影響一個新的系統或製程，此也顯示實驗者對於新系統或製程瞭解不多，如果我們想要有效率地使系統達到期望的表現，篩選重要因子是很重要的。面對新的技術或新的系統時，用篩選實驗來找出重要因子，會比用猜測或 OFAT 等方法更能夠減少浪費珍貴的資源。

75

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

b. 最佳化（optimization）：

在找出系統特性後，已合理確認出重要因子，下一個目標通常是最佳化，也就是找到能夠達到理想反應變數值的因子水準設定值或重要因子的水準組合。舉例來說，一化學製程的篩選實驗結果顯示時間與溫度是兩個最重要的因子則最佳化實驗的目的即是找到最大化良率的時間與溫度的水準設定，或是在最佳化良率時，同時使顧客最重視的產品品質能維持在規格界限內。最佳化的實驗通常是接在篩選實驗的後面進行，如果利用篩選實驗來找出重要因子的最佳設定值則是罕見的作法。

76

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

c.確認（confirmation）：

在確認實驗中，實驗者通常會嘗試驗證系統的運作或表現是符合理論或過去的經驗。舉例來說，如果理論或經驗顯示，一種新的材料和目前所使用的材料作用相同，而新的材料是想要用來替代目前使用的材料（也許新的材料比較便宜或使用上比較方便），此時就會做確認實驗來驗證用新的材料來取代舊材料不會改變產品的品質特性。另一種進行確認實驗的情況是利用在測試廠或研發部門做的實驗結果來決定是否將新製程轉入量產。換句話說，確認實驗即是確認研發結果所得的重要因子和設定值是否適合進行量產。

77

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

d.發現（discovery）：

在發現實驗中，實驗者通常會嘗試探究新的材料、新的因子或是因子的水準範圍會對產出有何影響。在製藥產業中，科學家不斷的進行發現實驗來找出新的物質或是不同物質組合對疾病治療是否有效。

e.穩健（robustness）：

穩健實驗通常會討論一些議題，例如讓有興趣的反應變數在怎樣的環境下會急遽的變差；或是在怎樣的情境下會導致反應變數值產生無法接受的變異。此類變化決定如何設定系統中能控制之因子，使系統中不能完全控制的因子所傳遞之反應變數的變異最小。

78

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

顯然，實驗必須注意的特定問題直接與全面目標相關。在問題成型階段，都認為一個實驗次數多的瞭解（comprehensive）實驗不可能滿意解答關鍵問題。單一瞭解實驗要求實驗者一大堆問題的答案，如果做不到，實驗的結局將是令人失望的。這些導致時間、材料及其他資源的浪費，並且造成不能滿意解答原來研究問題的後果。逐次（Sequential）使用一系列實驗次數比較少的實驗，同時每一次實驗都有一個例如因子篩選的確定目標，將是一個比較好的策略。

79

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

2.反應變數的選擇：

在選擇反應變數時，實驗者應該要能確定這個變數確實能提供有價值的資訊。最常見的反應變數是量測特性的平均值或「標準差（或兩者皆是）。多重反應變數的情況是相當普遍的。實驗者必須決定如何衡量每個反應變數，並研究如何校正衡量工具以及在實驗中如何維持此校正方法。量測能力（或量測誤差）也是一個重要因素。

80

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

如果量測能力不足，則實驗者只能發現到相對來說大的因子效果或恐怕需要更多的重複。在某些情況當量測能力很差時，實驗者可能決定量測每個實驗單位好幾次然後以平均值作為觀測到的反應值。在執行實驗之前，辨認出與定義出反應變數的有關事項及如何量測反應變數是非常關鍵的兩件事。有時候，實驗一個實驗設計，用以研究與改善量測系統的效能。

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

3.因子、水準及範圍的選擇：

實驗者可以將製程或者系統的因子分為潛在設計因子（potential design factor）與干擾因子（nuisance factor）。實驗者於實驗時，變動水準的因子稱為潛在設計因子。有一大堆潛在設計因子時，可以把潛在設計因子分為設計因子（design factor）、固定因子（held-constant factor）與允許變動因子（allowed-to-vary factor）。實驗時，選來研究的因子稱為設計因子。固定因子對反應變數可能有影響，但不是實驗所要研究的因子，因此實驗時，將已固定於特定水準。

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

例如，半導體工業的蝕刻（etching）實驗。實驗用的電漿蝕刻下具會有效果。然而實驗時，變動電漿蝕刻工具異常困難，所以實驗者決定用一個電漿蝕刻工具，做完所有的實驗。因此，電漿蝕刻工具因子固定於特定水準。允許變動因子的例子就是設計因子作用其上的非均齊（nonhomogeneous）實驗單位（experimental unit）或者實驗「材料」。經常忽略實驗單位間的變異，而依賴隨機化以平均材料或者實驗單位的效果。一般假定固定因子與允許變動因子的效果相對的小。

83

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

干擾因子可能有必須加以說明的大效果，但是目前的實驗，並不對它有興趣。干擾因子經常分為可控制因子（Controllable factor）、不可控制因子（uncontrollable factor）與雜音因子（noise factor）。由實驗者設定因子水準的因子稱為可控制因子。例如，實驗時，實驗者可以選取不同的原料批，或者選取一週中不同的天。涉及可控制干擾因子時，前節論及的區集劃分原理，甚為有用。如果實驗中的干擾子是不可控制的，但是是可量測的，則共變數分析（analysis of covariance， ANCOVA） 可以用來補償這個干擾因子的效果。

84

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

例如，製程環境的相對濕度會影響製程的效能，濕度不能控制，但是可以量測而視為共變量（covariate）。當在製程時，因子是自然地變動，而且不能控制，但是實驗時，卻可以控制，這個因子稱為雜音因子。有雜音因子時，通常目標是取得可控制設計因子的水準，使雜音因子傳遞的變異最小。有時候稱這個為製程穩健研究（process robustness study）或者穩健設計問題 （robust design problem）。

85

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

只要實驗者選定設計因子，再來必須選取設計因子的變動範圍與「實驗時的水準。也要特別思考如何控制因子在特定值上及如何量測。例如，在焊錫實驗中，工程師已經定義出會影響焊錫不良發生的12個因子。則工程師還需要決定出每個因子有興趣的範圍（即每個因子改變的範圍）及每個因子的水準數。這需要對製程有知識才行。這個製程知識通常是實際經驗和理論瞭解的一個組合。重要的是所有可能重要的因子都要研究而不能太過依賴以往的經驗，尤其是在實驗的初期階段或製程尚未成熟時。

86

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

實驗的目的是因子篩選或製程特徵化時，通常最好是保持因子的水準數少。一般來說，2水準在篩選因子時效果良好。另一方面，選擇有興趣的範圍也很重要。在因子篩選時，有興趣的範圍應該相對地大—因子變化的範圍應該儘量寬廣。當對於哪些變數是重要的及哪些水準會產生最佳結果知道得愈多時，越後面做的實驗有興趣的範圍通常會變得窄一點。

87

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

特性要因圖（cause-and-effect diagram）是一個組織前置規劃時所得到資訊的有用技術。半導體製造的蝕刻會碰到晶圓電荷（在晶圓上累積電荷）的問題。規劃實驗解決這個問題的特性要因圖為圖1.10特性要因圖也是一般熟知的魚骨圖 （fishbone diagram）特性就是反應變數繪為魚的背脊骨；要因就是設計因子則構成於魚的肋脊。

88

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

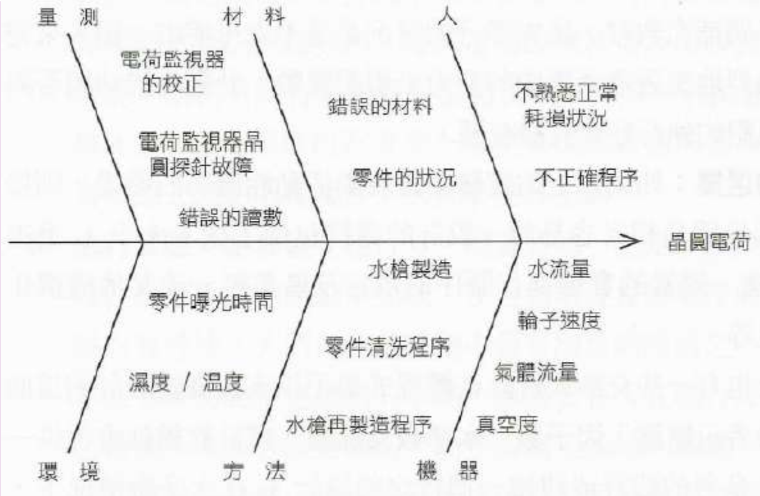


圖 1.10 蝕刻製程實驗的特性要因圖

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

特性要因圖使用傳統的要因為量測、材料、人員、環境、方法及機器來組織資訊及潛在設計因子。有一些個別要因可能會直接成為設計因子而進入實驗（例如圖1.10的輪子速度、氣體流量及真空度等）。其他一些要因可能會成為實驗的固定因子或者區集（例如圖1.10的溫度及相對濕度。另外有一些要因需要額外的研究後，才能成為設計因子（例如圖1.10的不正確程序的作業員）。

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

進行實驗研究因子對CNC製造渦輪葉片的影響。圖1.11就是它的特性要因圖這個實驗有3個反應變數為葉片輪廓、表面精度及表面精度缺點。要因分為4組，第一組為可控制因子，它是可以選取的實驗因子；第二組為不可控制因子，隨機化可以平衡它的效果；第二組為干擾因子，可以區集劃分；最後一組是實驗時固定不變的固定因子。在實驗的前置規劃時，同將使用好幾個特性要因圖以協助及指引實驗者，也經常可見。關於CNC實驗的更多資訊，以及用於實驗的前置規劃的圖形方法的討論，都可以參閱本章的補充教材。

91

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

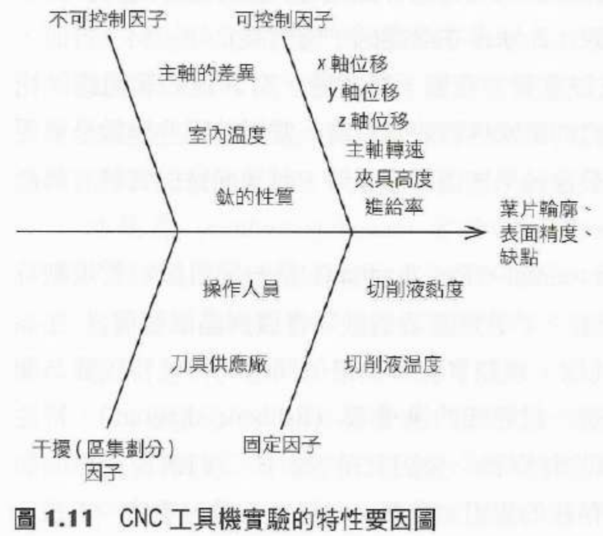


圖 1.11　CNC 工具機實驗的特性要因圖

92

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

步驟1~3的重要性一再被重申。它們被稱為實驗的前置規劃（pre-experimental planning）。Coleman and Montgomery（1993）對實驗的前置規劃，提出一個有用的工作表。工作表的應用例子與更詳細內容，可以參閱補充教材。絕大部分的情況是這不太可能由一個人來完成，所以強烈地主張透過團隊的努力來規劃實驗。計畫的成功與否與實驗前置規劃的執行好壞直接有關。

93

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

4.實驗設計的選擇：

如果以上的實驗前置規劃活動能確切的達成，則接下來的這個步驟是相當容易的。設計的選擇包括了樣本大小（重複數）的考慮，適當的實驗進行順序的選定及區集劃分或其他隨機化限制的決定等。

94

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

市面上也有一些交談式統計軟體程式集可以支援實驗設計的這個階段。實驗者只需鍵入因子數、水準數及範圍，統計軟體就會提供一些可以作為參考的設計或建議一個特定的設計（在大多數情況下，寧可多看幾個設計而不要完全仰賴電腦的推薦）。大多數的套裝軟體也會提供如何執行每個實驗設計的資訊，這對衡量或選擇不同的實驗設計時相當有用。這些軟體通常也會提供一個工作清單（順序已隨機化過了）作為執行實驗之用。

95

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

實驗設計的選擇通常包含考慮並選擇一個根據經驗建立出來的模型來解釋結果。這個模型是實驗設計中重要因子與反應變數間的數學關係式（方程式），許多案例顯示，此關係式使用低階的多項式模型即可。兩個變數的一階模型（first-order model）

表示如下：$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$

其中，y為反應變數，x表示實驗設計的因子，β為須由實驗數據估計出來的未知參數，則為實驗誤差所造成的隨機誤差項。一階模型有時亦稱為主因子效果模型，常在篩選或特性化實驗中使用。一階模型延可伸為增加交互作用項的一階模型，

表示如下：$y + \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$

96

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

其中交叉乘積項 x_1x_2，為兩實驗因子的交互作用。因為因子之間常具有交互作用，因此有交互作用之一階模型被廣為使用。如果有需要的話，在多於兩個因子的實驗中也可以設計高階的交互作用。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_{11}^2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon$$

另外一個常見的模型為二階模型（second-order）。

97

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

在選擇設計時，心中不要忘記實驗的目的。在許多工程實驗裡，我們一開始就知道某些因子水準會帶來不同的反應值。因此，我們將有興趣於辨認出哪些因子造成這個改變及估計出改變的大小。在其他情況，我們可能有興趣於驗證均質性。例如，對兩種生產條件A、B做比較，A是標準的而B是一種更具成本效益的選擇。則實驗者將會有興趣去證明兩種條件下的良率沒有差異。

98

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

5.執行實驗：

當實驗在執行時，很重要的一點是仔細地監控過程以確保每件事都是按照規劃來完成。在這個階段實驗程序的誤失將會摧毀實驗的有效性。人們在執行實驗中最常出現的錯誤之一是在某幾次實驗中沒有確切的設定變數的水準，應該要有人在執行每一次實驗之前確認變數水準是否設定確切。前置規劃是成功的關鍵。在一個複雜的製造或研發環境裡，是很容易低估後勤方面及規劃方面對執行一個設計的實驗的影響。

Coleman and Montgomery（1993）建議實驗之前，先嘗試性的實驗少許次數，以獲得實驗材料一致性、量測系統檢查、實驗誤差與全面實驗技術等的資訊。這些資訊有助於再檢視步驟1~4的決定。

99

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

6.資料的統計分析：

應該用統計方法來分析資料使得結果和結論是客觀的而不是主觀的判斷。如果實驗是經過設計的，則所需的統計方法不必是深奧的或華麗的。有許多很棒的軟體是為了協助資料分析而專門設計的，且在步驟4中可勾選設計的程式集裡也都直接提供統計分析的介面。一些簡單的圖示法常被發現在資料的分析和解釋上扮演著重要的角色。由於實驗者要解答的諸多問題都可以置於假設核定的架構之內，因此，以假設檢定與信賴區間估計分析實驗設計資料，是非常有用的。

100

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

此外，以經驗模型（empirical model）表示實驗的結果，也是很有幫助的。經驗模型是來自資料的數學式子，它表示反應變數與重要設計因子的關係。殘差分析和模型適合性檢查也是重要的分析技巧。在後續的章節中將詳細討論。

101

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

請謹記，統計方法無法證明因子具有某特定效果。它們只對結果的可靠性和正確性提供指南。統計方法的正當應用是不允許任何事情被實驗證明，但它卻允許權衡結論中的可能誤差或一句陳述附上一個信賴水準。統計方法的主要益處是在決策過程中注入客觀性。統計技術與良好的工程或製程知識和一般常識的組合搭配通常會導致一個清楚、穩健的結論。

102

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

7.結論與建議：

一旦資料分析告一段落，實驗者必須做出有關結果的務實性結論及推薦一個行動方案。在這個階段經常使用的是圖示法，尤其是對別人做簡報時。也應該執行後續（follow-up）實驗或確認（confirmation）實驗以確立實驗結果。

103

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

在這整個過程裡，記得實驗是學習過程的重要部分。一個學習過程包括了暫時性形成有關一個系統的假設、進行實驗來查證這些假設，及根據實驗結果形成新的假設等等。這指出實驗是迭代的（iterative）。在研究一開始就設計一個單一的、大型的及全面的實驗是一項重大失誤。一個成功的實驗需要有關重要因子的知識，這些因子應該變化的範圍，適宜的水準數及這些變數正確的量測單位。一般來說，這些問題並沒有完美的答案，但可邊做實驗邊得知。

104

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

隨著實驗計畫的進展，常會捨棄一些輸入變數、增添一些其他的、改變某些因子的實驗範圍，或增加新的反應變數。因此，通常是以循序漸進的方式做實驗，而常用的法則是不要在第一次實驗就運用超過所有可用資源的1/4。這樣可以保證有足夠的資源可供確認實驗的進行以完成實驗的最終目標。

105

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.4設計實驗的指南

最後，確認所有的實驗都是設計過的實驗是很重要的，也就是一定要確認實驗是否是精心設計過的。好的前置規劃通常會得到好的、成功的實驗，沒有事先規劃的實驗其後果通常是浪費時間、金錢和其他的資源，且通常得到不好的、令人失望的結果。

106

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

現代統計實驗設計（Statistical experimental design）的發展分為四個年代。1920年代與1930年代早期，是由費雪爵士（Sir Ronald A. Fisher）的先驅研究所領導的農業年代（agricultural era）。在這個期間，費雪負責英國倫敦近郊Rothamsted 農業實驗所的統計與資料分析。費雪發現來自實驗資料的瑕疵，會影響系統（即農業系統）資料的分析。

107

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

在與諸多領域的科學家與研究者的互動中，費雪展現洞察力，引導出 1.3 節論及的實驗設計三原理：隨機化、重複與區集劃分。費雪有系統地將統計思想與原理引入設計實驗研究，包括因子設計觀念與變異數分析。他的兩本書[最近的版本是 Fisher （1958），（1966）]對統計學的應用，尤其在農業與相關生命科學，有深遠的影響。極佳的費雪傳記，參閱Box（1978）。

108

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

於1930年代，雖然統計設計確定開始應用於工業界，但是統計設計的第二個年代，即工業年代卻是由 Box and Wilson（1951）的反應曲面方法（response surface methodology， RSM）的發展所促成。他們認為多數工業實驗與農業實驗有兩點的基本不同：（1）一般工業實驗的反應變數幾乎可以立即觀察得到；（2）工業實驗者可以很快的由少數的實驗次數獲得重要與具有決定性的資訊，並且據以計畫下一次的實驗。

109

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

Box（1999）稱這兩個工業實驗的特性為即時性（immediacy）與逐次性（sequentiality）。過後的30年，RSM 與其他的設計技術廣泛用於化學工業及程序（process）工業，多數用於研發工作。而Box是這個活動的睿智領導者。然而，工廠或者製程等級的統計設計應用，仍舊不是極端普遍。部分原因是對工程師與其他製程專業人員的基本統計觀念與方法的不合適訓練，及缺乏支援統計設計實驗的計算資源與容易上手的統計套裝軟體。

110

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

一直到統計設計的第二個年代或工業年代，實驗設計的最佳化年代才開始。Kiefer（1959，1961）和 Kiefer and Wolfowitz（1959）根據目標式最佳化準則提出一個選擇設計的正式方式。他們最初提出的方法是選擇一個可以最可能精準估地估計模型參數的設計，但這個方法因為沒有電腦軟體的輔助，而應用不廣。然而，在過去25年來，在最佳化設計的演算法和電腦運算能力都有非常大的進步，許多領域已廣泛應用最佳化設計，在本書多處也討論此議題。

111

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

1970年代後期，西方工業逐漸對品質改善產生興趣，於是進入統計設計的第三個年代。田口玄一（Taguchi Genichi）的研究［Taguchi and Wu（1980），Kackar（1985），and Taguchi（1987，1991）］對擴展實驗設計的關注與應用有顯著的影響。田口提倡使用實驗設計於其自稱的穩健參數設計（robust parameter design，RPD），或者

1. 使製程對環境因子或者不容易控制因子不敏感（insensitive）。
2. 使產品對產品元件傳遞的變異不敏感。
3. 取得製程變數的水準，使製程平均數與目標值一致，同時減少變異。

112

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

田口建議使用高度部分的因子設計 （highly factionated factorial designs） 與其他直交表 （orthogonal arrays），併同一些新穎的統計方法，解決上述問題。這些方法造成諸多的討論與爭辯。爭論的部分原因來自西方開始與主要提倡田口方法的是一群企業界的人，而且統計科學界並未仔細審視田口方法。1980年代後期，仔細審視田口方法，指出田口工程的觀念與目標雖然有充分的根據，但是實驗策略與資料分析方法是實質有問題的。

113

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

有關田口的爭辯至少造成四個正面的結果。第一、實驗設計被廣泛使用於間斷產品工業（discrete part industries），包括汽車與航太製造、電子與半導體與先前已經稍微使用實驗設計的其他諸多工業。第二、肇始統計設計的第四個年代。這個年代重新引起研究者與實務人員對統計設計的興趣，並且對業界的實驗問題，發展出許多新而且有用的方法，包括田口方法的替代方法，這些替代方法有效地把田口的工程概念帶入實務。第三、隨著新技術的開發，建構和評估不同實驗設計的電腦軟體其特性和能力均已大幅提升。第四、在大學與研究所的工程課程，開始包括統計實驗設計課程。總之，成功整合良好的實驗設計實務於工程與科學，為未來產業競爭力的關鍵因子。

114

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.5統計設計簡史

實驗設計的應用已經遠超過它的農業起源時期。任何單一的科學及工程領域，都有成功使用過統計設計的實驗。近年來，在許多其他領域，已經有相當多的實驗設計應用。譬如，企業的服務部門、金融服務業、政府經營及很多的非營利事業部門等。1996年3月11日，富比士（Forbes）雜誌有一篇名為“The New Mantra： MVT”的文章，其中MVT 就是“multivariable testing”，作者用來描述因子設計的詞彙。這篇文章提及一些公司的各種小組透過應用統計設計實驗的成功事例。

115

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH1 簡介設計的實驗
1.6摘要：在實驗中應用統計技術

很多的工程界、科學界及工業界的研究都是憑經驗的且大量的作實驗。統計方法可以大幅提升這些實驗的效率及經常增強所得的結論。在實驗中統計方法的正確使用需要實驗者牢記下列事項：

116

CH1 簡介設計的實驗

1.6摘要：在實驗中應用統計技術

1.利用有關問題的非統計知識：

實驗者通常在其領域都是知識淵博的。例如，一位從事於水文學研究的土木工程師典型地在這方面具備有相當的實務經驗及正式學科訓練。在某些領域已存在有大量的自然理論可以用來解釋因子與反應值之間的關係。這種非統計知識對於選擇因子、決定因子水準、決定重複數，及解釋分析結果等等是非常寶貴的。統計的應用是無法取代專業的思考的。

117

CH1 簡介設計的實驗

1.6摘要：在實驗中應用統計技術

2.儘可能的保持設計與分析的單純化：

不要過分羨慕那些複雜、華麗的統計技巧。簡單的設計與分析方法永遠都是最好的。在此再次強調 1.4 節中所建議的步驟1~3。如果小心做好實驗的前置規劃，並且選了一個合理的設計，則分析幾乎都是相對直接的。事實上，一個好的設計，的實驗就幾乎是分析好了。但是，如果實驗的前置規劃及實驗設計的執行都做不好，即使最複雜絕妙的統計方法也不能挽回實驗的失敗。

118

CH1 簡介設計的實驗
1.6摘要：在實驗中應用統計技術

3.認知到實務上顯著和統計上顯著的差別：

就因為兩種實驗條件所產生的平均反應值在統計上有顯著差異，這並不保證這種差異大到具有任何實務上的價值。例如，一位工程師可能決定改善汽油噴射系統可以增加0.1哩/加侖的里程數。這是一個統計上顯著的結果。但是，果這項改善將耗費美金1000 元，則 0.1哩/加侖的差異可能就大小而不具任何實務價值。

119

CH1 簡介設計的實驗
1.6摘要：在實驗中應用統計技術

4.實驗通常是迭代的：

記得，在大多數情況下，一開始就設計一個全面性的實驗是不明智的。成功的設計需要有關重要因子及這些因子變化的範圍、每個因子的水準數及因子與反應值的量測單位等的知識。一般來講，在研究的開始階段是沒有能力回答這些問題，但可以邊做邊學。這種主張是有利於迭代的或漸近的實驗方式。當然，全面性實驗也有適用的時候，但作為一般的原則，大多數實驗是迭代的。因此，通常不該在一開始就投資超過25%的實驗資源（次數、經費及時間等等）。這些開始的努力通常只是學習經驗，一定得保留足夠的資源來完成實驗的最終目標。

120

3.

實驗設計與分析
CH2

實驗設計與分析
CH2 基礎統計方法 目錄

国立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.1 簡介

工程師想研究普特蘭水泥的泥漿配方。在混合過程中，加入聚合體乳膠以決定是否會影響泥漿的成化時間及張力與強度。原配方與修改配方各準備 10 個樣本。兩種不同配方稱為**因子**（factor）配方的2個**水準**（level） 或者2個**處理** （treatment）。當成化完成後，實驗者發現修改配方縮短很多的成化時間。於是重點置於泥漿的張力與強度。如果新配方對結合強度有反效果，則將影響它的使用性。

123

国立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.1 簡介

實驗的張力結合強度數據如表2.1，而且繪製為點圖（dot diagram）如圖2.1。目視檢查數據的印象是未修改配方泥漿的強度比較大。數據支持這個印象，因為修改配方即未修改配方的張力結合強度平均數分別為$\overline{y_1} = 16.76\text{kgf/cm}^2$及$\overline{y_2} = 17.04\text{kgf}/cm^2$。兩個樣本平均數有些微之差，但是這些差並不足以表示兩種配方真正有差，因為可能是抽樣變異造成兩個平均數的差，而事實它是相等的。若再取兩組樣本，有可能形成相反的結果。

124

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY 國立清華大學

CH2 基礎統計方法
2.1 簡介

表 2.1 泥漿配方實驗的張力結合強度數據

j	修改配方 泥漿 y_{1j}	原來配方 泥漿 y_{2j}
1	16.85	16.62
2	16.40	16.75
3	17.21	17.37
4	16.35	17.12
5	16.52	16.98
6	17.04	16.87
7	16.96	17.34
8	17.15	17.02
9	16.59	17.08
10	16.57	17.27

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY 國立清華大學

CH2 基礎統計方法
2.1 簡介

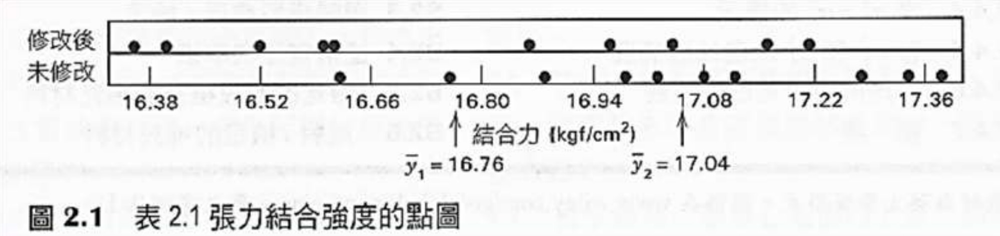


圖 2.1 表 2.1 張力結合強度的點圖

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.1 簡介

統計推論裡的假設檢定（hypothesis testing）或者稱為顯著性檢定 （significance testing）有助於比較這兩個配方。知道錯誤結論的風險下，假設檢定在客觀條件下，比較兩種配方。以簡單比較實驗說明假設檢定之前，先簡單綜合介紹一些基本統計概念。

127

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

以上泥漿實驗中的每一個觀測值都稱為一次試驗（run）。個別試驗的結果都不一樣，所以結果中有波動或有**雜音**（noise）。這雜音通常稱為**實驗誤差**（experimental error）或**誤差**（error）。它是一種**統計性誤差**（Statistical error），意即它是由不可控、不可避免的變動所引起的。誤差雜音的存在意謂著張力結合強度反應變數是一個**隨機變數**（random variable）。而一個隨機變數可以是**間斷的**（discrete）或**連續的**（continuous）。如果隨機變數的所有可能值的集合是有限或可數無限，則該隨機變數就是離散型；反之，如果隨機變數的所有可能值的集合是一個區間，則該隨機變數就是連續型。

128

CH2 基礎統計方法

2.2 基本統計概念

變異的圖示法我們經常用簡單的圖示來幫助分析實驗資料。如圖 2.1 的點圖（dot diagram）就是一個顯示少量資料（大約20 筆數據）的很有用的工具。點圖使實驗者能快速地看出觀測值的一般位置（location）或中央趨勢（central tendency）及它們的離散（spread）程度或是變異（variability）。例如，在泥漿實驗的點圖可以看出兩種配方可能有不同的平均強度，但卻有相同的變異。

圖 2.1 表 2.1 張力結合強度的點圖

CH2 基礎統計方法

2.2 基本統計概念

「如果資料相當多，則點圖中的點將變得難以辨識，而直方圖（histogram）就比較適合了。圖 2.2 顯示的是鐵礦熔解過程的200筆產量數據的直方圖。從直方圖可以看出中央趨勢、離散度及資料分布的大致形狀。記得，一個直方圖的構建是:將橫軸分成多個區間（通常是相同寬度），在第j個區間上有一個長方形，方形的面積是與$\boldsymbol{n_j}$（落入第j個區間的資料筆數）成正比。直方圖是適用於大樣本的工具，當樣本數少時，直方圖的形狀會很容易受區間個數、區間寬度及第一個區間之起始值影響，當觀測值小於75 至100個時，不建議使用直方圖。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

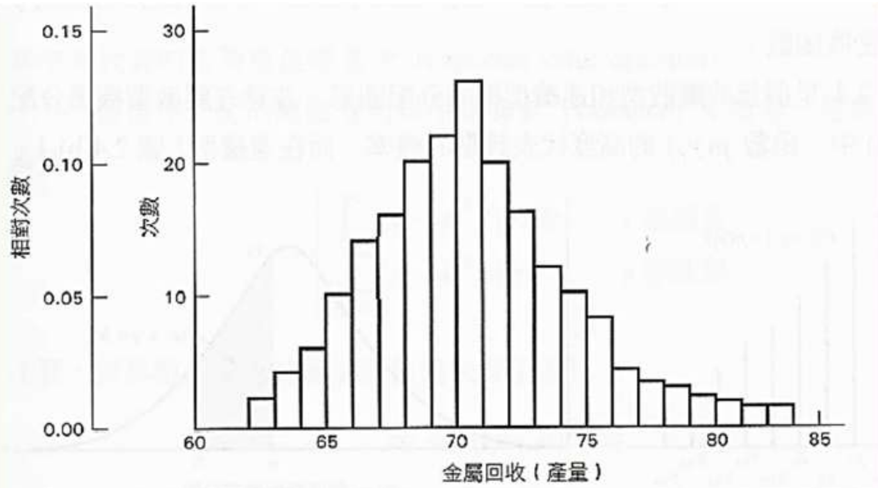


圖 2.2 鐵礦熔解過程 200 筆產量數據的直方圖

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

盒圖（box plot）[或盒鬚圖（box-and-whisker plot）]也是一種顯示資料很好的方法。盒圖中有極小值、極大值、下、上四分位數（第25百分位數和第75百分位數），及中位數（第50百分位數），而以水平的或垂直的一個盒子表示之。盒子本身從下四分位數延到上四分位數，在中位數處有一橫線。從盒子有鬍鬚延伸到極小值和極大值〔盒鬚圖有各種變化及表示樣本極值的規則，細節可以參閱Montgomery and Runger（2007）]。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

圖2.3為泥漿實驗中兩組強度數據的盒鬚圖。從這圖很清楚地可以看出兩種配方平均強度的差異。也表達出兩種配方均產生相當對稱的分配及相似的變化程度或離散度。

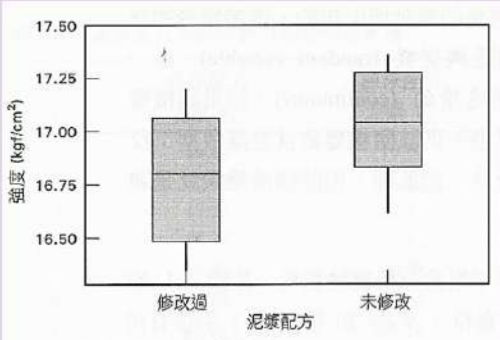


圖 2.3 泥漿結合力的盒鬚圖

133

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

點圖、直方圖和盒鬚圖對於一個樣本裡的資訊做摘要、做總括是非常有用的。但要更詳盡地描述其他可能出現在樣本中的觀測值，則需要機率分配的觀念。

134

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

機率分配一個隨機變數y的機率結構是由其機率分配（probability distribution）來描述。如果y是離散型，通常稱y的機率分配，$p(y)$，為y的機率質量函數。如果y是連續型，則y的機率分配，$f(y)$通常稱之為y的機率密度函數。

135

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

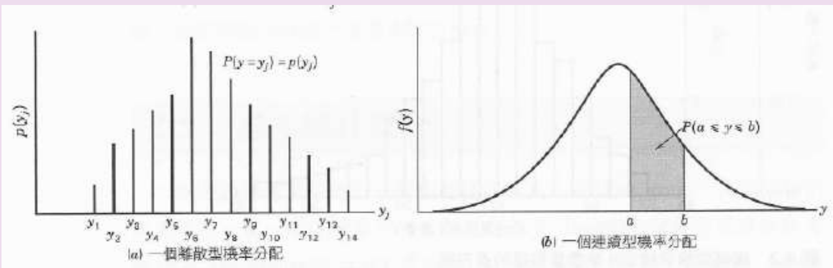


圖 2.4 離散型和連續型機率分配

圖2.4 是假想的離散型和連續型機率分配圖形。

136

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

注意在離散型機率分配圖2.4（a）中，函數$p(y_j)$的高度代表該點的機率，而在連續型[圖2.4（b）]，曲線$f(y)$在某區間下的面積才代表著機率。機率分配的性質可以量化彙總如下：

$$
\begin{array}{lll}
y\text{ 離散型：} & 0 \le p(y_j) \le 1 & \text{所有 } y_j \text{ 值} \\
 & P(y = y_j) = p(y_j) & \text{所有 } y_j \text{ 值} \\
 & \displaystyle\sum_{\text{所有 } y_j \text{ 值}} p(y_j) = 1 & \\
y\text{ 連續型：} & 0 \le f(y) & \\
 & P(a \le y \le b) = \displaystyle\int_a^b f(y)dy & \\
 & \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(y)dy = 1 &
\end{array}
$$

137

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

平均值、變異數和期望值 一個機率分配的平均值（mean） 是其中央趨勢或位置的一個度量。數學上，定義平均值（μ）為：

$$
\mu = \begin{cases} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} yf(y)dy & y\text{ 連續型} \\ \displaystyle\sum_{\text{所有}y} yp(y) & y\text{ 離散型} \end{cases}
$$

也可以將平均值表示為隨機變數y的期望值（expected value）或長期平均值如：

$$
\mu = E(y) = \begin{cases} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} yf(y)dy & y\text{ 連續型} \\ \displaystyle\sum_{\text{所有}y} yp(y) & y\text{ 離散型} \end{cases}
$$

其中E代表的是**期望值運算子**（expected value operator）。

138

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

一個機率分配的離散度可以用**變異數**（variance）來度量。變異數的定義為：

$$\sigma^2 = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (y-\mu)^2 f(y)dy & y \text{ 連續型} \\ \sum_{\text{所有}y} (y-\mu)^2 p(y) & y \text{ 離散型} \end{cases}$$

注意，變異數也可以整個用期望值來表示因為

$$\sigma^2 = E[(y-\mu)^2]$$

139

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

最後，變異數的使用是如此頻繁，則定義一個如下的**變異數運算子**（variance operator）**V**會比較方便

$$V_{(y)} = E[(y-\mu)^2] = \sigma^2$$

140

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

因為期望值和變異數的觀念在本書中大量使用，所以回顧一下這些算子的基本結果可能有所幫助。如果y是一個平均值為μ，變異數為σ^2的隨機變數而c是一個常數，則

1. $E(c) = c$
2. $E(y) = \mu$
3. $E(cy) = cE(y) = c\mu$
4. $V(c) = 0$
5. $V(y) = \sigma^2$
6. $V(cy) = c^2V(y) = c^2\sigma^2$

141

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

如果有兩個隨機變數，y_1，y_2，而且$E(y_1) = \mu_1$，$V(y_1) = \sigma_1^2$，$E(y_2) = \mu_2$，$V(y_2) = \sigma_2^2$，則

7. $\mathrm{E}(y_1 + y_2) = \mathrm{E}(y_1) + E(y_2) = \mu_1 + \mu_2$

也可以證明

8. $\mathrm{V}(y_1 + y_2) = \mathrm{V}(y_1) + V(y_2) + 2Cov(y_1，y_2)$

其中

$$Cov(y_1，y_2) = E[(y_1 - \mu_1)(y_2 - \mu_2)]$$

142

CH2 基礎統計方法
2.2 基本統計概念

為隨機變數y_1和y_2的共變數（covariance）。更明確地，可以證明如果y_1和y_2是獨立的（independent）[1]，則$Cov(y_1，y_2)=0$。也可以證明

9. $V(y_1-y_2)=V(y_1)+V(y_2)-2Cov(y_1，y_2)$

如果y_1和y_2是獨立的，則

10. $V(y_1 \pm y_2)=V(y_1)+V(y_2)=\sigma_1^2+\sigma_2^2$

和

11. $E(y_1 \cdot y_2)=E(y_1)\cdot E(y_2)=\mu_1 \cdot \mu_2$

然而，請注意一般來說

12. $E\left(\frac{y_1}{y_2}\right) \neq \frac{E(y_1)}{E(y_2)}$

不論y_1和y_2是否獨立。

1 注意，這個的反敘述不為真；亦即，可以有$Cov(y_1，y_2)=0$ 不一定是獨立的。例子請參閱Hines et al.（2003）。

143

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

隨機樣本、樣本平均數和樣本變異數統計推論的目的就是利用樣本裡的資訊對母體作結論。研究上使用的大部分方法都假設樣本為隨機樣本。亦即，如果母體有N個元素而得選出一個大小為n的樣本，則如果所有的 $N!/[(N-n)!\,n!]$個可能樣本中的每一個被選中的機率都相等，那麼所使用的方法就稱之為隨機抽樣（random sampling）。在實務上，有時候得到一個隨機樣本並不容易，此時電腦程式產生的亂數表就有幫助了。

144

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

統計推論經常利用樣本觀測值來計算數值。定義一個統計量（statistic） 為不包含未知參數的任何樣本觀測值的函數。例如，y_1，y_2，…，y_n，代表一個樣本，則樣本平均數（sample mean）

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \qquad \text{公式2.7}$$

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{n-1} \qquad \text{公式2.8}$$

145

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

兩者都是統計量。這兩個數量分別度量樣本的中央趨勢和離散度。有時， $S=\sqrt{S^2}$也用作離散度的度量，稱之為樣本標準差（Sample standard deviation）。工程師通常喜歡用標準差來衡量離散度，是因為它的度量單位與變數y一致。

樣本平均數和變異數的性質 樣本平均數是母體平均數的一個點估計，而樣本變異數 S^2是母體變異數σ^2的一個點估計。一般來說，一個未知參數的估計量（estimator）就是對應該參數的一個統計量。注意，一個統計量就是一個隨機變數。而從樣本資料所算出的估計量的數值則稱之為一個估計值（estimate）。

146

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

舉例來說，假如想要估計某種紡織纖維折斷力的平均值與變異數。測試了一個大小為n=25的纖維隨機樣本並記錄每一根的折斷力。利用式（2.7）和（2.8）來計算得到$\bar{y}$=18.6和S^2=1.20，所以σ^2的估計值為S^2=1.20。

147

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

一個「好」的估計量所需具備的最重要的兩個性質為：

1. 點估計量應該是不偏的（unbiased）。亦即，其長期平均或期望值應該就是要估計的參數值。雖然不偏性是我們想要的，但還不足以使一個 估計量成為一個「好」的估計量。

2. 一個不偏估計量應該具有極小變異數（minimum variance）。這個性質說明了極小變異點估計量的變異數是比其他任何點估計量的變異動都來得小。

148

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法

2.3 抽樣和抽樣分配

可以輕易地證明$\bar{y}$和S^2 分別是μ 和σ^2的不偏估計量。首先考慮。$\bar{y}$利用期望值的性質

$$E_{(\bar{y})} = E\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} y_{\bar{1}}}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(y_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu = \mu$$

因為每個觀測值y_i的期望值都是μ。因此$\bar{y}$是μ的一個不偏點估計量。

149

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法

2.3 抽樣和抽樣分配

可接著考慮樣本變異數S^2。我們有

$$E\left(S^2\right) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}{n-1}\right) = \frac{1}{n-1}E\left(\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2\right) = \frac{1}{n-1}E\left(SS\right)$$

其中 $SS = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2$是觀測值$y_i$，$i$=1，2，…，n的校正平方和（Corrected sum of squares）。

150

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

則，$E(SS) = E(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2) = E(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2) =$

$\sum_{i=1}^{n}(\mu^2 + \sigma^2) - \mathrm{n}(\mu^2 + \sigma^2/n) = (n-1)\sigma^2$

公式2.9

所以，$E(S^2) = \frac{1}{n-1}E(SS) = \sigma^2$

公式2.10

而得知S^2是σ^2的一個不偏估計量。

151

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

自由度式（2.10）中的n-1被稱之為平方和 SS 的自由度數（number of degrees of fredom）。這是一個非常一般性的結果；亦即，如果是一個變異數為σ^2的隨機變數且$SS = \sum(y_i - \bar{y})^2$有$v$個自由度，則

$E(\frac{\mathrm{SS}}{v}) = \sigma^2$ 公式2.11

152

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

一個平方和的自由度數就是在該平方和中獨立元素的個數。例如，式（2.9）中的$SS = \Sigma_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$為包含了n個元素$y_1 - \bar{y}$，$y_2 - \bar{y}$，…，$y_n - \bar{y}$的平方和。因為$\Sigma_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}) = 0$，這些元素並不是獨立的；事實上，只有其中的n-1個是獨立的，這意謂著SS有 n-1 個自由度。

153

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

常態及其他抽樣分配 如果知道樣本所來自的母體的機率分配，通常就可以決定一個特定統計量的機率分配。一個統計量的機率分配稱之為一個抽樣分配（sampling distribution）。現在簡單的介紹幾種常用的抽樣分配。

常態分配 （normal distribution）就是一個最重要的抽樣分配。如果是一個常態隨機變數，則y的機率分配為

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{y-\mu}{\sigma}\right]^2}$$

$$-\infty < y < \infty$$

154

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

其中$-\infty < \mu < \infty$是分配的平均值和$\sigma^2 > 0$是變異數。常態分配的圖形如圖2.5 所示。

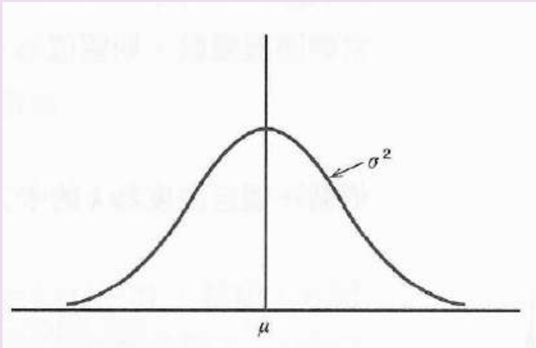


圖 2.5 常態分配

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

因為實驗誤差造成試驗結果不盡相同的現象可以由常態分配描述得非常好，所以常態分配在分析實驗資料時扮演一個主要角色。許多重要的抽樣分配都可以用常態隨機變數來定義。一般都是用符號$y \sim N(\mu，\sigma^2)$來表示，為常態分配，平均數為μ且變異數為σ^2。

常態分配的一個重要特例就是標準常態分配（standard normal distribution）；亦即，$\mu=0$ 和 $\sigma^2=1$。我們可以看出如果

$y\sim N(\mu，\sigma^2)$，則$z=\frac{y-u}{\sigma}$

公式2.13

會依循標準常態分配，記之為$z\sim N(0，1)$。而式（2.13）所示範的動作通常稱之為標準化（standardizing）常態隨機變數y。標準常態的累積機率表在附錄中的表I。

許多統計方法都假設隨機變數是常態分配。而中央極限定理就是近似常態的理由。

定理2-1

中央極限定理（The Central Limit Theorem）

如果y_1，y_2，…， y_n是一組獨立且相同分配的隨機變數，E（y_i） $=\mu$及V（y_i） $=\sigma^2$（均為有限值）且$x=y_1+y_2+\cdots+y_n$，則$z_n=\frac{x-n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$

當$n\rightarrow\infty$時，具有一個標準常態的機率分配。

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

這個結果本質上說的是n 個獨立且相同分配的隨機變數的和態分配的。在許多情況下，即使n<10 這個近似也很「好」，但某些情況則需要較大的n值，如n>100。實驗誤差常被想像為數個獨立誤差加總；因此，常態分配就成為實驗誤差的一個合理、可信的模型。

159

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

一個可以用常態隨機變數來定義的重要的抽樣分配就是卡方分配。（chi-square 或 x^2 distribution）。如果 z_1，z_1，…，z_k為k個獨立且相同分配的常態隨機變數，期望值為0且變異數為1，簡記為 NID（0，1），則隨機變數$x = z_1^2 + z_2^2 + \cdots + z_k^2$，依循一個自由度為k的卡方分配。

卡方分配的密度函數為$f(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{(k/2)-1e-x/2} \qquad x > 0$

公式2.14

160

国立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法

2.3 抽樣和抽樣分配

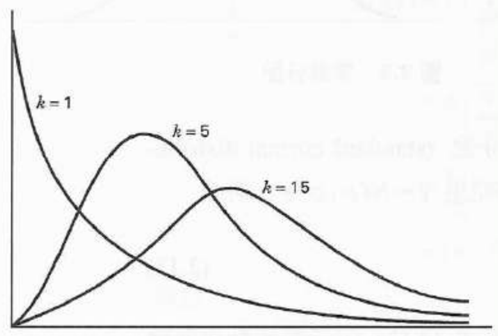


圖 2.6 卡方分配

圖 2.6 是幾個卡方分配的圖形。分配是不對稱的或偏斜的（skewed），平均值和變異數分別為

$\mu = k$

$\sigma^2 = 2k$

卡方分配的百分位點在附錄的表III。

161

国立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法

2.3 抽樣和抽樣分配

作為一個依循卡方分配隨機變數的例子，假設，y_1，y_1，…，y_k，是一個來自N（μ，σ^2）分配的隨機樣本。則$\frac{SS}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

公式2.15

亦即，SS/σ^2的分配為自由度 n-1的卡方。

本書所用到的方法中有許多都牽涉到平方和的計算與運作。式（2.15） 的結果非常重要且一再出現；常態隨機變數的平方和當除以σ^2後就依循卡方分配。

162

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

回頭檢視式（2.8），得知樣本變異數可以寫為$s^2 = \frac{ss}{n-1}$

公式2.16

如果樣本中的觀測值為$NID(\mu，\sigma^2)$，則S^2的分配為$[\sigma^2 / (n-1)]X_{n-1}^2$。因此，如果母體分配是常態，樣本變異數的抽樣分配為一個常數乘以卡方分配。

163

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

如果z和χ_k^2分別為獨立的標準常態和卡方隨機變數，則隨機變數$t_k = \frac{2}{\sqrt{\chi_k^2/k}}$ 公式2.17

依循k個自由度的t分配，記之為t_k。t的密度函數為

$$f(t) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\sqrt{k\pi}\Gamma(k/2)[(t^2/k)+1]^{(k+1)/2}} \qquad -\infty < t < \infty$$

公式2.18

164

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

且當$k>2$時，t的平均值和變異數為$\mu=0$及 $\sigma^2 = k/（k-2）$。數個t分配的圖形如圖2.7 所示。注意，如果$k=\infty$，t分配就成為標準常態了。t分配 的百分位點在附錄的表 II。如果y_1，y_1，…，y_n是來自$N(\mu，\sigma^2)$隨機樣本，則 $t=\frac{\bar{y}-n}{S/\sqrt{n}}$ 公式2.19

的分配為一個自由度 $n-1$的t分配。

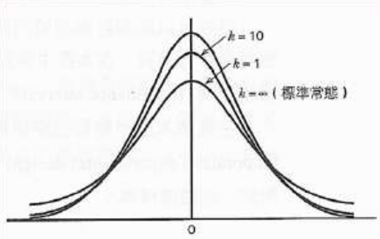


圖 2.7 t 分配

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

考慮到最後一個抽樣分配就是F分配，如果 χ_u^2和χ_v^2是兩個獨立的而自由， 度分別為u和v的卡方隨機變數，則比例$F_{u，v}=\frac{\chi_u^2/u}{\chi_v^2/v}$

公式2.20

將依循分子自由度 u、分母自由度v的F分配。如果x是一個F分配隨機變數，分子分母自由度分別為u和v，則x 的機率分配為

$$h(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{u+v}{2}\right)\left(\frac{u}{v}\right)^{u/2}x^{(u/2)-1}}{\Gamma\left(\frac{u}{x}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\left[\left(\frac{u}{v}\right)X+1\right]^{(u+v)/2}} \quad 0<x<\infty$$ 公式2.21

166

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

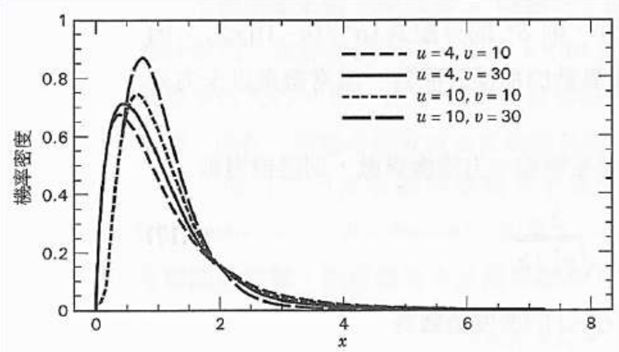


圖 2.8 F分配

圖 2.8 是幾個F分配的圖形。這個分配在統計分析設計的實驗時非常重要。F分配的百分位點在附錄的表 IV。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

CH2 基礎統計方法
2.3 抽樣和抽樣分配

作為一個F分配統計量的例子，假設有兩個獨立的常態母體且變異數均為σ^2。如果 y_{11}，y_{12}，…，y_{1n_1} 為來自第一個母體的隨機樣本和 y_{21}，y_{22}，…，y_{2n_2} 為來自第二母體的隨機樣本，則

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n_1-1,\, n_2-1} \qquad \text{公式2.22}$$

其中 S_1^2 和 S_2^2 為兩個樣本的樣本變異數。這個結果可以直接從式 （2.15） 和（2.20） 導出。

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國 立 清 華 大 學
教 育 統 計 共 備
統 計 概 念 與
分 析 結 果

教授：
謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國立清華大學
教育統計共備

教授：
謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

1

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

目錄

2

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

1.

單因子變異數分析與分析成果

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單因子變異數分析

- 變異數分析（analysis of variance，簡稱為 ANOVA）是因應實驗設計所發展出來的統計方法，適用於三組或三組以上平均數之差異顯著性考驗（兩組亦可用），也就是探討類別變項對於連續變項的影響。各組平均數間的變異稱為「組間變異」，各組內分數的變異就稱為「組內變異」，變異數分析就是在檢定組間變異數和組內變異數之比例，以確定實驗操弄是否有效，或是各組平均數間是否有顯著差異存在。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

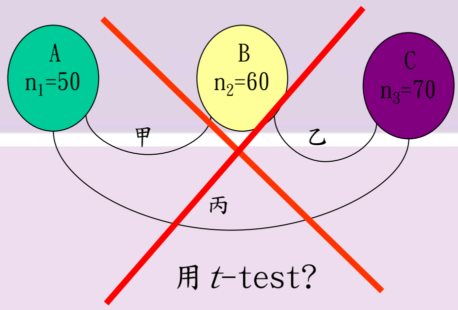
單因子變異數分析

- 超過兩個以上的平均數的考驗，其原理是運用**F考驗**來檢驗平均數間的變異量是否顯著的高於隨機變異量，又稱為變異數分析

- 單因子乃指只有一個自變項的情況。
- 獨立樣本是指自變項是受試者間變項。

5

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY



在比較多組母體的平均值時，我們通常不採用兩兩比較（t-test）的方式，主要的原因有：

1. 這種做法太浪費時間，因為比較幾個母體可能產生很多的比較組，例如比較五個母體的平均值差異，如果以兩兩比較的方式，我們必須進行C^5_2=10次的t-test。
2. 如果每組的顯著水準皆為α，則全體比較的顯著水準會高於α。

6

變異數分析的基本假設

- 常態性假設
- 變異數同質性假設
- 獨立性假設
- 可加性假設
- 球面性假設（sphericity）

7

常態性（normality）假設

- 變異數分析需處理超過三個以上的平均數，須假設樣本是抽取自常態分配的母群體，當樣本數越大，常態化的假設越不易違反。
- 簡單來說，要比較不同組的差異，長得奇形怪狀的來比當然比不出什麼東西，所以要用常態來比才有意義。

8

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

變異數同質性假設

- 多個樣本平均數的比較，必須建立在樣本的其他參數保持恆定的基礎上，也就是各樣本必須取自變異量相等的母群體。如果樣本的變異數不同質，將造成推論上的偏誤。此即樣本變異數同質性假設（homogeneity of variance）。

9

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立性假設

- 抽樣一定是要獨立的，所以你要分析資料當然是要足夠公正，不能說你想要刻意去挑想要的。利用簡單隨機抽樣出來的樣本，其母體也會是常態分配的。

10

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

可加性假設

- 變異數分析牽涉到變異量的拆解，因此，各種變異來源的變異量須相互獨立，且可以進行累積與加減，稱為可加性（additivity）假設。在進行加總時，係使用離均差平方和，而非變異數本身。
- $SS_t = SS_b + SS_w$，$df_t = df_b + df_w$ 。

11

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

球面性假設（sphericity）

- 適用於相依樣本的變異數分析，係指不同水準的同一組樣本，在依變項上的得分，兩兩配對相減所得的差的變異數必須相等（同質）。也就是說，不同的受試者在不同水準間配對或重複測量，其變動情形應具有一致性。

12

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

變異數分析的基本假設

- 變異數分析是一個強韌（robust）的檢定方法，特別是在大樣本及等組設計（各組在各方面的特質都相等或相似，且人數相等）時。強韌性的意思是，即使違反基本假設，對第一類型錯誤的機率或統計考驗力的影響並不明顯。

13

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

ANOVA適用的實驗設計

- 獨立樣本：或稱為「受試者間設計」或「完全隨機化設計」　，乃是將N個受試者隨機分派到k個不同的組別，分別接受不同的實驗處理。
- 相依樣本：或稱為「受試者內設計」或「隨機化區組設計」。有三種情況：重複量數（一組受試者重複接受3種以上的實驗處理）、配對組法（以影響依變項最大的變項，如IQ，進行配對）、同胎法（3胞胎分別接受3種實驗處理）。

14

ANOVA之基本概念-1

■ 基本概念

1. t-test 是對兩個母群的平均數作差異顯著性考驗，ANOVA是對三個或三個以上的母群的平均數作差異顯著性考驗。

2. $s^2 = \frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N-1}$ 是母群變異數的不偏估計數。

在此處稱為**均方**（mean square，MS）

15

ANOVA之基本概念-2

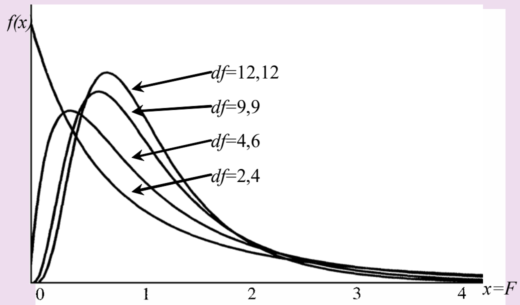
3. 以$F = \frac{S_b^2}{S_w^2}$表之，組間變異數（S_b^2，MS_b）為實驗處理效果項，組內變異數（S_w^2，MS_w）為誤差項。若MS_b比MS_w還要大很多倍，且大到不是機遇（chance）造成的，此時就可宣稱組間的變異顯著，亦即，各組平均數之間有顯著差異存在。

■ 兩個變異數的比值稱為F統計量

$$F = \frac{\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_w^2} = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{SS_b/df_b}{SS_w/df_w}$$

16

- F統計量的機率分配為F分配
  - F值越大，表示研究者關心的組平均數的分散情形較誤差變異來得大
  - 若大於臨界值，研究者即可獲得拒絕H_0的結論



17

組內變異與組間變異

- 組內變異 within-treatment variance

  各種樣本本身所估計出來的變異數

  - 互動教學法、死背教學法和實驗教學法各自的變異數

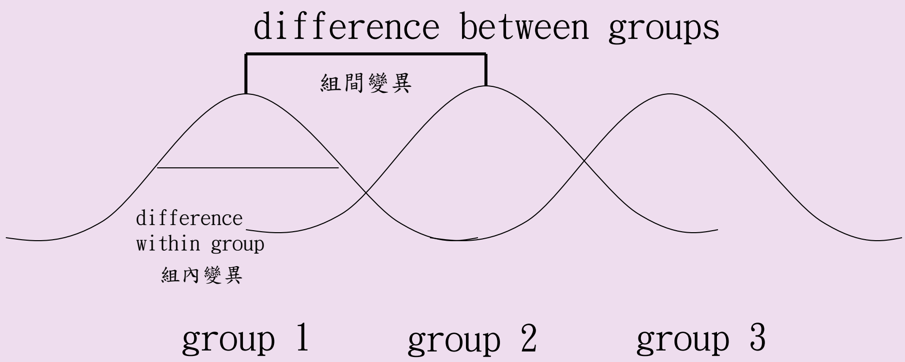
- 組間變異 between-treatment variance

  各組分數之間的變異情形

  - 互動教學法、死背教學法和實驗教學法之間的變異情形，因教學法不同而造成的差異

18

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY



19

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

ANOVA可使用的情境

- 比較文學院，理學院，教育學院學生對學生餐廳滿意度是否一樣?

→不同學院的學生對學生餐廳的滿意度是否有顯著差異?

- 比較教師、醫師、律師對連鎖咖啡廳的忠誠度是否有一樣?

→不同職業的消費者對連鎖咖啡廳的忠誠度是否有顯著差異?

■ 檢定多個（3or3以上）母體平均數是否相同

20

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

一般線性模式

單因子變異數分析的通式 $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + e_{ij}$

- μ為總平均數（grand mean）
  全體觀測值的平均值。表示母體中的任何一位樣本的依變項初始狀態是相同的。
- α_j表獨變項效果
  獨變項的第 j 組對於依變項的效果，強度為μ_j -μ，（第 j 組的離均差）對於第 j 組當中每一位受試者，α_j為一常數，各組離均差總和為0
- ε為誤差效果
  為常態隨機變數，記為N（0, ）。
  同一個組別下的每一位受試者在Y 變項上產生差異的隨機效果

21

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 老師用三種不同教學方法教統計，學生統計分數是否因教法不同而有顯著差異
  - 教學方式 （互動、死背、實驗）
  - 分數
- 儒瑜的分數概念模型

儒瑜分數=μ總平均數+ α_j獨變項效果+ ε 誤差效果

碩一+碩二

教學方式差異（互動、死背、實驗）

隨機誤差（個體差異、實驗技術誤差）

22

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

$$SS_{total} = SS_{between} + SS_{within}$$

- SS_{total}:依變項觀察值的變異。全體樣本在依變項得分的變異情形，即總離均差平方和
- $SS_{between}$「導因於獨變項影響的變異」（組間離均差平方和，sum of squares between groups）
- SS_{within}「導因於獨變項以外的變異」（隨機變異）（組內離均差平方和，sum of squares within groups）

23

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 各離均差平方和平均化後，得到均方和（MS），即為變異數的概念

$$SS_{total} = \sum\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_G)^2 \qquad MS_{total} = \frac{SS_{total}}{df_{total}} = \frac{\sum\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_G)^2}{N-1} = s^2_{total} = \hat{\sigma}^2_{total}$$

$$SS_b = \sum_{j=1}^{p} n_j(\bar{Y}_j - \bar{Y}_G)^2 \qquad MS_b = \frac{SS_b}{df_b} = \frac{\sum n_j(\bar{Y}_j - \bar{Y}_G)^2}{p-1} = s^2_b = \hat{\sigma}^2_b$$

$$SS_w = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p} (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2 \qquad MS_w = \frac{SS_w}{df_w} = \frac{\sum\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2}{n(p-1)} = s^2_w = \hat{\sigma}^2_w$$

24

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

直線線性模式、計算過程與F考驗

1. 線性模式 (linear model)：

$$X_{ij} = \mu + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \quad i=1,\cdots,n,\ j=1,\cdots,k$$

β_j：实驗处理之效果　ε_{ij}：误差

$\bar{X}_{..}$ (總平均數) 為 μ 的不偏估计数

$(\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..})$ (主要效果) 為 $\beta_j=\mu_j-\mu$ 的 〃 〃 〃

$(X_{ij}-\bar{X}_{.j})$ (误　差) 為 ε_{ij} 的 〃 〃 〃

▲ ε_{ij}：是「实驗或測驗误差」和「个别差異」所共同造成.

ε_{ij} 的基本假定：(1) ε_{ij} 之分配為常態, 平均数為0.

(2) 各 ε_{ij} 之間互為独立.

$$X_{ij} = \bar{X}_{..} + (\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..}) + (X_{ij}-\bar{X}_{.j})$$

$$(X_{ij}-\bar{X}_{..}) = (\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..}) + (X_{ij}-\bar{X}_{.j})$$

25

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

若求第 j 组的 n 个分数的離差平方和, 即為

$$\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{..})^2 = n(\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{.j})^2$$

再把 k 组的總和加起来, 則為

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{..})^2 = n\sum_{j=1}^{k}(\bar{X}_{.j}-\bar{X}_{..})^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij}-\bar{X}_{.j})^2$$

$$SS_t = SS_b + SS_w$$

總離均差平方和　组間離差平方和　组内離差平方和

26

國立清華大學

$$SS_t = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} X^2 - \frac{(\Sigma\Sigma X)^2}{kn} \quad , \quad df_t = kn-1$$

② ①

$$SS_b = \sum_{j=1}^{k}\frac{\sum_{i=1}^{n} X^2}{n} - \frac{(\Sigma\Sigma X)^2}{kn} \quad , \quad df_b = k-1$$

③ ①

$$SS_w = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} X^2 - \sum_{j=1}^{k}\frac{\sum_{i=1}^{n} X^2}{n} \quad , \quad df_w = k(n-1)$$

② ③

$$MS_t = \frac{SS_t}{df_t} \quad , \quad MS_b = \frac{SS_b}{df_b} \quad , \quad MS_w = \frac{SS_w}{df_w}$$

27

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

模式、計算過程與F考驗

變異數分析摘要表.

變異來源(SV)	離均差平方和(SS)	自由度(df)	均方(MS)	F
組間(between)	SS_b	$k-1$	MS_b	MS_b / MS_w
組內(within)	SS_w	$k(n-1)$	MS_w	
全体(total)	SS_t	$N-1$		

臨界值 $F_{1-\alpha\,(k-1,\ k(n-1))}$

3

28

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

變異數分析摘要表

變異來源	SS	Df	MS	F	η^2
組間	SS_b	$p-1$	SS_b/df_b	MS_b/MS_w	SS_b/SS_{total}
組內(誤差)	SS_w	$n(p-1)$	SS_w/df_w		
全體	SS_{total}	$N-1$			

$\boxed{p(n-1)}$
=N-p

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

F考驗

$$F = \frac{s_b^2}{s_w^2} = \frac{MS_b}{MS_w}$$

- 若F=0，表示各組平均數完全相等，此時總變異完全由實驗誤差所造成，須接受H_0。
  若F=1，表示實驗處理的變異未超過機遇所造成的變異，所以須接受H_0。
  若F>1且落入拒絕區，則拒絕H_0。達顯著水準後，應進行事後比較。
- 當組別 k=2時，$F=t^2$。須注意$SS_t = SS_b + SS_w$，
  $df_t = df_b + df_w$，但 $MS_t \neq MS_b + MS_w$

關聯強度

- 統計顯著性（statistical significance）
  - 基於機率理論的觀點，說明獨變項效果相對於隨機變化的一種統計意義的檢驗
  - 例如利用*F*考驗來決定獨變項效果的統計意義
- 實務顯著性（practical significance）
  - 反應獨變項效果在真實世界的強度意義
  - 常用ω^2 、 η^2、f 量數表示
  - 也稱為臨床顯著性（clinical significance）

31

關聯強度

■ 若F值達顯著水準，則表示自變項與依變項有關聯性存在，可以下列公式來表示其關聯強度：

$$\hat{\varpi}^2 = \frac{SS_b - (k-1)MS_w}{SS_t + MS_w} = \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

$\hat{\varpi}^2$（omega squared）旨在說明實驗處理可以解釋依變項之總變中的百分之多少。如果可解釋之百分比太少，即使達顯著，亦無實質意義。

32

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

■ ω^2量數的特性

- 數值介於0到1之間，越接近1表示關聯越強
- ω^2量數值分佈為以.05到.06為眾數的正偏態分配，達到.1以上者，即屬於高強度的獨變項效果
- 一般期刊上所發表的實證論文的ω^2量數，也僅多在.06左右

■ Cohen（1988）建議下列的判斷準則

$.059 > \omega^2 \geq .01$ 低度關聯強度

$.138 > \omega^2 \geq .059$ 中度關聯強度

$\omega^2 \geq .138$ 高度關聯強度

33

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數分析（受試者間設計；各組人數相同）

例14-1 某研究者想了解國小六年級自然科四種教學方法對學生自然科成績的影響，乃以隨機分派的方式將學生分派到演講法、自學輔導法、啟發式教學法、和編序教學法等四種教學情境。這些國小六年級學生參加一年的實驗後，自然科成就測驗成績如14-1所示。問四種教學方法的教學效果是否有所不同？

34

表 14-1 四種教學方法教學結果的變異數分析

	演講	自學	啓發	編序	
	4	5	9	7	
	3	7	8	9	
	5	4	9	5	
	7	6	6	8	
	6	5	8	7	
ΣX	25	27	40	36	$\Sigma\Sigma X=128$
ΣX^2	135	151	326	268	$\Sigma\Sigma X^2=880$
$\overline{X}_{.j}$	5.0	5.4	8.0	7.2	$\overline{X}_{..}=6.4$

〔計算代號〕

$$\frac{(\Sigma\Sigma X)^2}{nk} \qquad ①=\frac{(G)^2}{nk}=\frac{(128)^2}{5\times 4}=819.2$$

$$②=\Sigma\Sigma X^2=4^2+3^2+5^2+\cdots\cdots+8^2+7^2=880$$

$$\sum_k \frac{\sum_n X^2}{n} \qquad ③=\frac{\Sigma(A)^2}{n}=\frac{(25)^2+(27)^2+(40)^2+(36)^2}{5}=850$$

〔計算公式〕

$$SS_t=880-\frac{(128)^2}{20}=②-①=60.8$$

$$SS_w=\left[135-\frac{(25)^2}{5}\right]+\left[151-\frac{(27)^2}{5}\right]+\left[326-\frac{(40)^2}{5}\right]+\left[268-\frac{(36)^2}{5}\right]$$

$$=880-\frac{(25)^2+(27)^2+(40)^2+(36)^2}{5}=②-③=30.0$$

$$SS_b=\frac{(25)^2+(27)^2+(40)^2+(36)^2}{5}-\frac{(128)^2}{20}=③-①=30.8$$

獨立樣本之one-way ANOVA

表 14-2 四種教學方法實驗結果的變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均 方	F
組間（教學方法）	30.8	3	10.267	5.48*
組內（誤差）	30.0	16	1.875	
全 體	60.8	19		

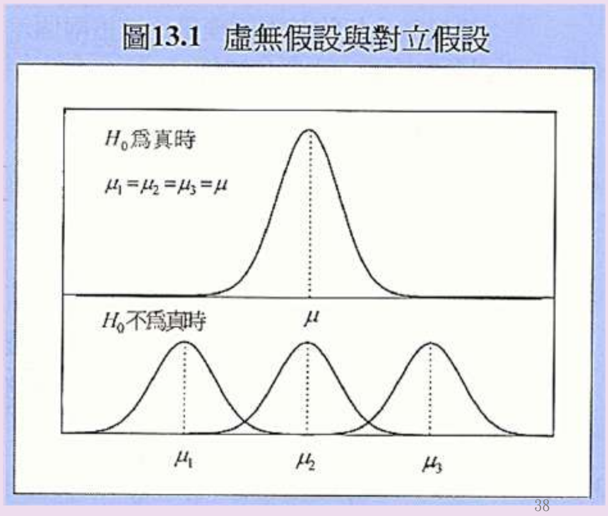
$^{*}F_{.95(3,16)}=3.24$

37

獨立樣本之one-way ANOVA

■ Step1 ：

$$\begin{cases} H_0：\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4 \\ H_1：H_0\text{為假（}\mu_i\text{不全等} \end{cases}$$



38

獨立樣本之one-way ANOVA

- Step2 :獨立樣本之one-way ANOVA ，公式
  如P.318-319。
- Step3 :α=.05， $F_{.95(3,16)}=3.24$
- Step4 :計算並建構變異數分析摘要表。
  ∵5.48＞3.24，∴拒絕H_0 ，即四種教學法的效果有顯著差異，應進行事後比較，以確定哪些組之間的平均數有差異。

39

- 當H0為真: $\mu_1=\mu_2=\mu_3$

組間變異數與組內變異數均只受到各母群內的變異情形影響。

組間變異數與組內變異數的估計值應該大約相等，比值會接近於1:1。

變異比 F = $\frac{\text{組間變異數}}{\text{組內變異數}}$ 接近於1

40

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 當H1為真：μ_i不全等

組間變異數受到兩個因素所影響。

1. 每個母群內的變異情形
2. 不同母群間的變異情形

組內變異數仍只受到各母群內的變異情形影響。

此時組間變異數的估計值會大於組內變異數的估計值，比值會大於1。

變異比 $F = \dfrac{\text{組間變異數}}{\text{組內變異數}}$ 大於1

若變異比遠大於1時，則可拒絕虛無假設（查表）

41

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數分析（受試者間設計；各組人數不同）

例14-2 某心理學家想研究「知道學習結果與否對學習成績的影響」。她請受試者戴眼罩畫十公分直線。每當受試者畫完一直線之後，告訴「精確回饋組」的話是「長1.2公分」、「短半公分」等；告訴「粗略回饋組」的話是「太長」、「太短」等；對「零回饋組」則不告訴任何話。實驗結果各組每位受試者之平均錯誤量如表14-3所示。問各組的學習結果是否有明顯差異？

42

表 14-3 不同回饋方式對學習的影響

	精確回饋	粗略回饋	零 回 饋	
	0.5	0.9	1.0	
	1.2	1.3	1.4	
	0.9	0.7	1.6	
	0.7	1.6	0.8	
	1.4	1.5	0.9	
	1.0	0.7	1.8	
	0.8	1.8		
		0.9		
		1.2		
ΣX	6.5	10.6	7.5	$\Sigma\Sigma X=24.6$
ΣX^2	6.59	13.78	10.21	$\Sigma\Sigma X^2=30.58$
n	7	9	6	$N=22$
$\overline{X}$	0.93	1.18	1.25	$\overline{X}=$ 1.12

43

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

$$SS_t = 30.58 - \frac{(24.6)^2}{22} = 3.073$$

$$SS_b = \frac{(6.5)^2}{7} + \frac{(10.6)^2}{9} + \frac{(7.5)^2}{6} - \frac{(24.6)^2}{22} = 0.388$$

$$SS_w = 3.073 - 0.388 = 2.685$$

44

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

SV	SS	df	MS	F
組間（回饋方式）	0.388	2	0.194	1.38
組內（誤差）	2.685	19	0.141	
全體	3.073	21		

$$F_{.95(2,19)} = 3.52$$

45

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 如果一個實驗所得的結果，愈能正確推論到實驗以外的情境去，這實驗的「**外部效果**」（external validity）就愈高。
- 假如一個實驗裡面所有的實驗處理水準就包含了它將來所要推論的全部處理水準，也就是當一個研究的自變項的水準個數（k組），包括了該變項所有可能的水準數（K組），也就是樣本的水準數等於母體的水準數（K=k），就叫做「**固定效果模式**」（fixed effect model）。

46

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 如例14-1的推論結果僅限定於實驗者所設定的四種教學方法，無法推論到其他教學法，此即為固定效果模式。
- 比較大學四個年級學生的曠課次數，此時自變項為年級，具有四個水準，而母體亦為四個年級。

47

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

- 若實驗者自許許多多處理水準中隨機取幾種作為其實驗處理水準，而此實驗結果將可推論到這許許多多的處理水準情境，即研究所取用的自變項，只包含特定的一些水準，而並非包括所有可能的類別，即樣本的水準數小於母體的水準數（K>k），則稱「**隨機效果模式**」（random-effect model）。

48

- 例如教育學者比較不同地區的學校教學方法的成效有所不同，因此隨機選取幾個地區的一些學校共四所（自變項），該研究所關心的四個水準，可以說是隨機自教學方法的母體中，隨機取用得來的。

49

效果量係數

- 效果量（size of effect）係數

  用來衡量獨變項強度的統計量。

- D 量數

  最簡單的效果量 $D=\dfrac{\mu_1-\mu_2}{\sigma_\varepsilon}$

  指平均數之間的差異程度，平均數間差異越大，表示獨變項的強度越強

50

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

檢定力（power）

- 一個研究可以正確拒絕錯誤虛無假設的能力，以1-β來表示

※例：一個實驗，有兩組人，一組用 A 藥，一組用安慰劑 （也就是控制組）。A 藥是事實上真實有效的，在這個例子中，power就是發現這兩組不同的機率。舉數字來說，如果power是 .8 ，而且這個實驗作了無數次。power是 .8 的解讀就是：80% 的機率，我們會發現兩組之間的差異。從另外一方面來說，20% 的機率我們不會發現兩組之間的差異，雖然兩組確實存在差異的。

51

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

檢定力分析（power analysis）

- Power反應了一個研究的實務顯著性，太低的檢定力表示研究的數據可參考價值低。
- 對於檢定Power進行分析可檢視統計考驗的敏銳度，據以推算合理的樣本規模。
- 作檢定力分析的好處就是決定樣本數。

52

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗、族系與比較錯誤率

- 實驗誤差率（experiment-wise error rate；EWE）

  統計的決策，是以整個實驗的型I錯誤率維持一定（例如.05）的情況下，導出各次決策所犯的型I錯誤率為何

- 族系誤差率（familywise error rate; FWE）

  將每一個被檢驗的效果（例如主要效果、交互效果）的統計考驗的型I錯誤率維持一定，導出各次決策所犯的型I錯誤率

53

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

實驗、族系與比較錯誤率

- 比較錯誤率（comparison-wise error rate）

  將型I錯誤率設定於每一次的統計考驗，均有相同的犯第一類型錯誤的機率

- 實驗與族系誤差率

  為了維持整體的α水準為.05，必須降低各次考驗的α水準　$\alpha_{FW} = 1-(1-\alpha)^j$

54

進行比較的次數

$$\alpha_{FW} = 1-(1-\alpha)^{j}$$

為單一考驗的 α 水準

- 如果一個實驗需進行10次多重比較，整個族系的顯著水準要維持在0.05，單一比較的顯著 α 水準
  $0.05 = 1-(1-\alpha)^{10} \Longrightarrow \alpha = 0.0051$

- 快速算法：將族系 α_{FW} 水準直接除以比較次數 j
  $\alpha = \alpha_{FW}/j = 0.05/10 = 0.005$

55

F與t的比較：只有兩組數據時

- 變異數分析通常用於比較三組或三組以上平均數差異的情況，但也可以用來處理只有兩組的問題（即，t檢定的問題也可以用F統計來解決）

例14-3 某研究者想知道漢字直寫與橫寫是否在速度方面有所差異。表14-5是兩組各10名學生每個人在單位時間內所寫成的平均字數。問直寫與橫寫的速度是否不同？

56

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

表 14-5 兩組時 F 考驗和 t 考驗的比較

	平均字數										ΣX	ΣX^2
直寫	12	14	10	7	13	12	10	9	10	8	105	1147
橫寫	8	7	12	9	5	10	11	7	9	10	88	814
全體											193	1961

(一) t 考驗：

$$s_P^2=\frac{\left[1147-\frac{(105)^2}{10}\right]+\left[814-\frac{(88)^2}{10}\right]}{10+10-2}=\frac{84.10}{20-2}=4.6722$$

$$t=\frac{10.5-8.8}{\sqrt{4.6722\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)}}=1.7586$$

(二) F 考驗：

$$SS_t=1961-\frac{(193)^2}{20}=98.55$$

$$SS_w=\left[1147-\frac{(105)^2}{10}\right]+\left[814-\frac{(88)^2}{10}\right]=84.10$$

$$SS_b=98.55-84.10=14.45$$

$$F=\frac{14.45/(2-1)}{84.10/(20-2)}=\frac{14.45}{4.6722}=3.0927$$

因此
當k=2時 $F=t^2$

$$t_{1-\frac{.05}{2},(10+10-2)}=2.101 \qquad F_{1-.05(2-1,20-2)}=4.41$$

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單因子相依樣本設計的資料形式

	獨變項 A				Block mean (between subjects)
	a_1	a_2	..	a_p	
Block 1	Y_{11}	Y_{12}	..	Y_{1p}	
Block 2	Y_{21}	Y_{22}	..	Y_{2p}	
:	:	細格效果		:	
Block n	Y_{n1}	Y_{n2}	..	Y_{np}	
mean of A	$\bar{Y}_{.1}$	獨變項效果		$\bar{Y}_{.p}$	$\bar{Y}_G$

區組效果 NEW

- 細格效果
  - 每一個細格只有一個觀察值，因此沒有細格內變異，沒有交互效果
  - 細格間的變異視為隨機誤差
- 獨變項分組平均數
  - 表示實驗或分組效果（p個獨變項各水準下的分組平均數）
- 區組平均數（橫列上區組平均數）
  - 反應該區組的平均水準，也就是區組同質性所造成在依變項上的水準高低

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

表9.1 運動對睡眠影響研究數據

	輕度運動量組		中度運動量組		重度運動量組		全體
觀察值	6.5	7.1	7.4	7.4	8.0	8.2	
	7.3	7.9	6.8	8.1	7.7	8.5	
	6.6	8.[illegible]	[illegible]	[illegible]	7.1	9.5	
	7.4	7.7	7.3	8.0	7.6	8.7	
	7.2	7.5	7.6	7.6	6.6	9.6	
	6.8	7.6	7.4	8.0	7.2	9.4	
n	12		12		12		36
$\sum Y$	87.8		90.5		98.1		276.4
$\sum Y^2$	645.3		[illegible]		812.81		2143.18
$\bar{Y}$	7.32		7.54		8.18		7.68

細格效果

獨變項效果

比較：獨立樣本
36個大學生參加運動實驗，這些學生隨機分配到輕度、中度、重度運動量的三個組別，一個月後收集該36位學生某一天晚上的睡眠時間

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

表 11.2 運動對睡眠影響研究數據（重複量數設計）

區組 ID	運動量分組 低度	中度	高度	p	$\sum Y$	$\sum Y^2$	$\bar{Y}_i$
1	6.5	7.4	8.0	3	21.9	161.01	7.30
2	7.3	6.8	7.7	3	21.8	158.82	7.27
3	6.6	6.7	7.1	3	20.4	138.86	6.80
4	7.4	7.3	7.6	3	22.3	[illegible]	7.43
5	7.2	7.6	6.6	3	21.4	[illegible]	7.13
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3	21.4	[illegible]	7.13
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3	22.7	[illegible]	7.57
8	7.9	8.1	8.5	3	24.5	[illegible]	8.17
9	8.2	8.2	9.5	3	25.9	[illegible]	8.63
10	7.7	8.0	8.7	3	24.4	198.98	8.13
11	7.5	7.6	9.6	3	24.7	206.17	8.23
12	7.6	8.0	9.4	3	25.0	210.12	8.33
N	12	12	12	36			
$\sum Y$	[illegible]	[illegible]	98.1		276.4		
$\sum Y^2$	688.86	729.96	[illegible]			2143.18	
$\bar{Y}_j$	7.32	7.54	8.18				7.68

細格效果

區組效果

獨變項效果

- **比較：相依樣本**
  為了節省受試者，只找了12個大學生參加運動實驗
1. 先參與低度運動量實驗，測量睡眠時數
2. 再參與中度運動量實驗，測得第二次睡眠時數
3. 最後參與高度運動量實驗，取得第三次睡眠時數

→同一組人重複實施三次測量

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

一般線性模式原理

- 一般線性模式

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \pi_i + \varepsilon_{ij}$$

- 兩個獨立的變異源
  - π_i：區組效果，表區組間的差異，強度為μ_i−μ，為第i個區組平均數的離均差
  - α_j：獨變項效果，表獨變項水準間的差異，強度為μ_j−μ（第j組平均數的離均差）
  - ε_{ij}：誤差效果，為同一個水準的每一位受試者的得分變異

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本之one-way ANOVA

$$X_{ij} = \mu + \beta_j + \pi_i + \varepsilon_{ij}$$

个别差異之

误 差

$(\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})$（个别差異所造成之误差）為 π_i 之不偏估计值

$(X_{ij} - \bar{X}_{.j} - \bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})$（误 差）為 ε_{ij} 之 〃 〃 〃

$$X_{ij} = \bar{X}_{..} + (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..}) + (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..}) + (X_{ij} - \bar{X}_{.j} - \bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})$$

$$(X_{ij} - \bar{X}_{..}) = (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..}) + (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..}) + (X_{ij} - \bar{X}_{.j} - \bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})$$

$$\vdots$$

63

$$\sum\sum(X_{ij} - \bar{X})^2 = \sum\sum(X_{.j} - \bar{X}_{..})^2 + \sum\sum(\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 + \sum\sum(X_{ij} - \bar{X}_{.j} - \bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2$$

$$SS_t = SS_{b \cdot tre} + SS_{b \cdot subj} + SS_{res}$$

$$SS_t = \sum_k \sum_n X^2_{②} - \frac{(\sum\sum X)^2}{N}_{①}$$

$$SS_{b \cdot tre} = \sum_k \frac{\sum_n X^2}{n}_{③} - \frac{(\sum\sum X)^2}{N}_{①}$$

$$SS_{b \cdot subj} = \sum_n \frac{(\sum_k X)^2}{k}_{④} - \frac{(\sum\sum X)^2}{N}_{①}$$

$$SS_{res} = SS_t - SS_{b \cdot tre} - SS_{b \cdot subj} = ② - ③ - ④ + ①$$

64

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本之one-way ANOVA

相依樣本之变異数分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
实验处理	③－①	$(k-1)$	$\frac{SS_{b\cdot tre}}{df_{b\cdot tre}}$	$\frac{MS_{b\cdot tre}}{MS_{res}}$
受试者间	④－①	$(n-1)$	$\frac{SS_{b\cdot subj}}{df_{b\cdot subj}}$	
残　差	②-③-④+①	$(n-1)(k-1)$	$\frac{SS_{res}}{df_{res}}$	
全　体	②－①	$N-1$		

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

*F*考驗與摘要表

變異來源	SS	df	MS	F
組間（A）	SS_A	p-1	SS_A/df_A	
組內	SS_W	$p(n$-1)		
區組間（block）	SS_{block}	(n-1)	SS_{block}/df_{block}	MS_{block}/MS_r
殘差（誤差）	SS_r	(n-1)(p-1)	SS_r/df_r	
全體	SS_{total}	N-1		

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數分析

（受試者內設計）

例14-4　八名受試者先後參加對紅光、黃光、綠光、和藍光四種色光的反應時間實驗。表14-6是實驗的結果，每一受試者對四種色調光的四個反應時間。問對紅、黃、綠、藍四種色光之反應時間是否不相同？

67

學　生	紅	黃	綠	藍	橫列和	平方和
A	3	3	4	5	15	59
B	6	5	6	6	23	133
C	3	2	3	3	11	31
D	3	4	4	7	18	90
E	2	1	3	4	10	30
F	2	3	3	4	12	38
G	1	1	2	2	6	10
H	3	2	3	4	12	38
ΣX	23	21	28	35	107	
ΣX^2	81	69	108	171		429
$\bar{X}_{.j}$	2.875	2.625	3.500	4.375		

〔計算代號〕

$$①=\frac{G^2}{nk}=\frac{(107)^2}{8\times 4}=357.781$$

$$②=\Sigma\Sigma X^2=3^2+6^2+\cdots\cdots+4^2=429$$

$$③=\frac{\Sigma(A)^2}{n}=\frac{(23)^2+(21)^2+(28)^2+(35)^2}{8}=372.375$$

$$④=\frac{\Sigma(S)^2}{k}=\frac{(15)^2+(23)^2+\cdots\cdots+(12)^2}{4}=405.750$$

68

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

計算公式〕

$$SS_t = ②-①=429-357.781 = 71.219$$

$$SS_{b.subject} = ④-① = 405.750-357.781 = 47.969$$

$$SS_{w.subject} = ②-④ = 429-405.750 = 23.250$$

$$SS_A = ③-① = 372.375-357.781 = 14.594$$

$$SS_{residual} = ②-④-③+① = 23.250-14.594 = 8.656$$

69

表 14-7 對四種色調光的反應時間變異數分析表

變異來源	離均差平方和	自由度	均 方	F
受試者間 $SS_{b.sub}$	47.969	7		
~~受試者內 $SS_{w.sub}$~~	~~23.250~~	~~24~~		
色調 $SS_{b.treat}$	14.594	3	4.865	11.81*
殘差 SS_{res}	8.656	21	.412	
全 體	71.219	31		

$$^{**}F_{.99(3.21)}=4.87$$

70

變異數分析的基本假定

1. **常態性**（normality）：樣本所來自的母群在實驗研究中數據的分配是常態分配的
   - 除了有充分證據顯示已違反常態性之假設，否則沒有必要去考驗常態性
   - 遇不合常態性假定時，可把α訂得較小（較嚴）
2. **可加性**（additivity）：各變異來源對總離均差平方和，可以分割為幾個可相加在一起的部分，即$SS_t = SS_b + SS_W$

71

3. 變異數同質性（homogeneity of variance）：

   各組所屬母群的變異數須假定為相同，亦即$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_k^2$，如果違反此假定將導致嚴重錯誤，所以變異數同質性是最值得遵守的一個假定

72

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

變異同質性考驗

1. Bartlett's test（p.333-334）
2. Hartley's test ： df=（k, n-1）

$$F_{\max} = \frac{\text{最大 } s_j^2}{\text{最小 } s_j^2}$$

查附錄表I， $F_{1-\alpha\,(k\,,n-1)}$

73

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

資料的轉換

◎若資料明顯違反變異數分析的基本假設，則可視資料的特性做適當的轉換：

1. 各組平均數與變異數之比值相當（即 $\bar{Y}_{.j}/s_j^2$ 成比例）時，進行根平方轉換， $X'=\sqrt{X}$ 。
2. 各組平均數與標準差之比值相當（即 $\bar{Y}_{.j}/s_j$ 約相等）時，進行對數轉換， $X'=\log_{10}X$ 。
3. 各組平均數的平方與標準差之比值相當（即 $\bar{Y}_{.j}^2/s_j$ 成比例）時，進行倒數轉換， $X'=1/X$ 。

74

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

違反變異同質性，該怎麼辦?

- **做資料轉換**:若轉換後的數據符合變異同質性，則用**轉換後的數據**進行ANOVA。
- **改用無母數統計**:如克-瓦單因子等級變異數分析（H考驗）（for獨立樣本），弗里曼二因子等級變異數分析（for相依樣本）。
- 將顯著水準訂得更嚴苛，如.01或.001
- 其他…

75

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

例題示範

- 研究假設為：高、中、低三種不同運動量的受測者，其睡眠時間不同，請檢驗此研究假設是否合理？

表10.2 運動對睡眠影響研究數據

輕度運動量組		中度運動量組		重度運動量組	
6.5	7.1	7.4	7.4	8.0	8.2
7.3	7.9	6.8	8.1	7.7	8.5
6.6	8.2	6.7	8.2	7.1	9.5
7.4	7.7	7.3	8.0	7.6	8.7
7.2	7.5	7.6	7.6	6.6	9.6
6.8	7.6	7.4	8.0	7.2	9.4
$\bar{X}_1=\Sigma X_{1j}/n_1=7.32$		$\bar{X}_2=\Sigma X_{2j}/n_2=7.54$		$\bar{X}_3=\Sigma X_{3j}/n_3=8.18$	
$\bar{X}_G=\Sigma X_{ij}/N=7.68$					

76

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

2.

獨立樣本二因子變異數分析與分析成果

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

1. 在同一個實驗裡同時觀察兩個自變項對一個依變項的影響，主要目的在於考驗A因子與B因子與AB交互作用效果。
2. 可分為①受試者間設計（獨立樣本）、②受試者內設計（相依樣本）、③混合設計等三種情況。
3. 多因子實驗設計的優點①可考驗主要效果與交互作用效果、②較為經濟、③使誤差變異變小，實驗效果更彰顯。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

例題一：為比較男女生以不同的投籃方式對於進球率的影響。隨機將班上15名男生與15名女生分派至右手、左手與雙手投籃組，每組各五名同學，各進行15次罰球線投籃，數據如下表所示。試問：

①男生與女生的投籃進球率是否有差異？

②右手、左手與雙手投籃方式對於進球率是否有差異？

③性別與投籃方式對進球率是否有交互作用存在？

79

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

	右手 b_1	左手 b_2	雙手 b_3	列組和	列組平均
男 a_1	4	1	3	84	5.6
	9	3	9		
	8	4	6		
	9	5	5		
	6	3	9		
女 a_2	3	7	11	96	6.4
	8	3	8		
	5	4	10		
	6	2	12		
	3	5	9		
欄組和	61	37	82		
欄組平均	6.1	3.7	8.2		

80

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

AB摘要表

	b_1	b_2	b_3	列總和
a_1	36	16	32	84
a_2	25	21	50	96
欄總和	61	37	82	180

81

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

計算代號

$$1=\frac{G^2}{JKN}=\frac{180^2}{2*3*5}=$$

$$J=\frac{\Sigma(A)^2}{KN}=\frac{(84)^2+(96)^2}{15}=$$

$$K=\frac{\Sigma(B)^2}{JN}=\frac{(61)^2+(37)^2+(82)^2}{10}=$$

$$JK=\frac{\Sigma(AB)^2}{N}=\frac{(36)^2+(16)^2+(32)^2+(25)^2+(21)^2+(50)^2}{5}=$$

$$JKN=\Sigma X^2=4^2+9^2+8^2+\cdots\cdots+10^2+12^2+9^2=$$

82

獨立樣本二因子實驗設計

計算代號

$1=\frac{G^2}{JKN}=\frac{180^2}{2*3*5}=1080$

$J=\frac{\Sigma(A)^2}{KN}=\frac{(84)^2+(96)^2}{15}=1084.8$

$K=\frac{\Sigma(B)^2}{JN}=\frac{(61)^2+(37)^2+(82)^2}{10}=1181.4$

$JK=\frac{\Sigma(AB)^2}{N}=\frac{(36)^2+(16)^2+(32)^2+(25)^2+(21)^2+(50)^2}{5}$
$=1228.4$

$JKN=\Sigma X^2=4^2+9^2+8^2+\cdots\cdots\cdots+10^2+12^2+9^2=1326$

83

獨立樣本二因子實驗設計

計算SS公式

- SSA=J-1=1084.8-1080=4.8
- SSB=K-1=1181.4-1080=101.4
- SSAB=JK-J-K+1=1228.4-1084.8-1181.4+1080=42.2
- SSS（AB）=JKN-JK=1326-1228.4=97.6
- SSt=JKN-1=1326-1080=246

84

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

計算自由度

- dfA=J-1=2-1=
- dfB=K-1=3-1=
- dfAB=JK-J-K+1=2*3-2-3+1=
- dfS（AB）=JKN-JK=2*3*5-2*3=
- dft=JKN-1=2*3*5-1=

85

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

計算自由度

- dfA=J-1=2-1=1
- dfB=K-1=3-1=2
- dfAB=JK-J-K+1=2*3-2-3+1=2
- dfS（AB）=JKN-JK=2*3*5-2*3=24
- dft=JKN-1=2*3*5-1=29

86

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F值
A（性別）	SS_A	df_A	MS_A	
B（投法）	SS_B	df_B	MS_B	
AB（交互作用）	SS_{AB}	df_{AB}	MS_{AB}	
S（AB）（誤差）	$SS_{S(AB)}$	$df_{S(AB)}$	$MS_{S(AB)}$	
全體	SSt	df_t		

$F_{.95(1,24)}=$　　$F_{.95(2,24)}=$

87

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子實驗設計

變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F值
A（性別）	4.80	1	4.80	1.18
B（投法）	101.40	2	50.70	12.46*
AB（交互作用）	42.20	2	21.10	5.18*
S（AB）（誤差）	97.60	24	4.07	
全體	246	29		

$F_{.95(1,24)}=4.26$　　$F_{.95(2,24)}=3.40$

88

獨立樣本二因子實驗設計

1. 依對立假設（H1）提出虛無假設（H_0）

H_0 ：A因子所有J個水準 $\alpha_i=0$

H_1 ：A因子所有J個水準之中至少有一個$\alpha_i \neq 0$

- H_0：$\sigma_{a1} = \sigma_{a2}$
- H_1：$\sigma_{a1} \neq \sigma_{a2}$

H_0 ：B因子所有K個水準$\beta_j=0$

H_1 ：B因子所有K個水準之中至少有一個$\beta_j \neq 0$

- H_0：$\sigma_{b1} = \sigma_{b2} = \sigma_{b3}$
- H_1：$\sigma_{b1} \neq \sigma_{b2} \neq \sigma_{b3}$

89

獨立樣本二因子實驗設計

H_0 ：AB因子所有JK個水準$\alpha\beta_{ij}=0$。

H_1 ：AB因子所有JK個水準之中至少有一個$\alpha\beta_{ij} \neq 0$

H_0：$\sigma_{a1b1} = \sigma_{a1b2} = \sigma_{a1b3} = \sigma_{a2b1} = \sigma_{a2b2} = \sigma_{a2b3}$

H_1：$\sigma_{a1b1} \neq \sigma_{a1b2} \neq \sigma_{a1b3} \neq \sigma_{a2b1} \neq \sigma_{a2b2} \neq \sigma_{a2b3}$

90

獨立樣本二因子實驗設計

2.決定統計方法

獨立樣本二因子變異數分析

3.選擇顯著水準和劃定臨界區

α= .05; .01; .001 依研究性質做決定

依顯著水準（α）與自由度（df）找臨界區

Fα（$df_A, df_{S(AB)}$）＝　　；Fα（$df_B, df_{S(AB)}$）＝　　；Fα（$df_{AB}, df_{S(AB)}$）＝　　查表p717

$F_{.95}$（1,24）＝4.26；$F_{.95}$（2,24）＝3.40

獨立樣本二因子實驗設計

4.計算資料

5.解釋結果

因為考驗出來A因子的F值為1.18，小於臨界值$F_{.95}$（1,24）=4.26，所以接受虛無假設。換言之，男生與女生不同性別對於投籃的進球率沒有差異存在。

因為考驗出來B因子的F值為12.46，大於臨界值$F_{.95}$（2,24）=3.40，所以接受對立假設。換言之，右手、左手與雙手三種不同投籃方法的進球率有差異存在。

因為考驗出來A因子與B因子交互作用的F值為5.18，大於臨界值$F_{.95}$（2,24）=3.40，所以接受對立假設。換言之，男生與女生性別的不同是否影響投籃的進球率，必須視所採用的投籃方法是哪一種而定。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

因A因子與B因子之間有交互作用，所以必須使用單純主要效果再進一步加以考驗，看看哪一種投籃方法有利於女生的進球率；或哪一種投籃方法有利於男生的進球率。

93

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

	右手 b_1	左手 b_2	雙手 b_3		列組和
男 a_1	4	1	3		84
	9	3	9		
	8	4	6		
	9	5	5		
	6	3	9		
女 a_2	3	7	11		96
	8	3	8		
	5	4	10		
	6	2	12		
	3	5	9		
欄組和	61	37	82		

94

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

	b_1	b_2	b_3	列總合
a_1	36	16	32	84
a_2	25	21	50	96
欄總合	61	37	82	180

95

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

不同投法時是否有性別的差異存在？

在b_1的$SS_A = \frac{(36)^2+(25)^2}{5} - \frac{(61)^2}{10} = 12.1$

在b_2的$SS_A = \frac{(16)^2+(21)^2}{5} - \frac{(37)^2}{10} = 2.5$

在b_3的$SS_A = \frac{(32)^2+(50)^2}{5} - \frac{(82)^2}{10} = 32.4$

不同性別時是否有投法的差異存在？

在a_1的$SS_B = \frac{(36)^2+(16)^2+(32)^2}{5} - \frac{(84)^2}{15} = 44.8$

在a_2的$SS_B = \frac{(25)^2+(21)^2+(50)^2}{5} - \frac{(96)^2}{15} = 98.8$

96

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

單純主要效果的變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F值
A（性別）				
在b1（右手）	12.1	1	12.1	2.98
在b2（左手）	2.5	1	2.5	0.62
在b3（雙手）	32.4	1	32.4	7.97*
B（投法）				
在a1（男生）	44.8	2	22.4	5.51*
在a2（女生）	98.8	2	49.4	12.15*
S（AB）（誤差）	97.60	24	4.07	

$F_{.95}$（1, 24）＝4.26　；$F_{.95}$（2, 24）＝3.40

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

解釋結果

- 右手的投籃方法沒有性別的差異存在；
- 左手的投籃方法沒有性別的差異存在；
- 但雙手的投籃方法則有男女性別的差異存在。（女>男）
- 男生在不同投籃方法的進球率有差異存在；
- 同時女生也有因不同投籃方法有顯著的進球率差異存在。

事後比較

	b_1	b_2	b_3	列平均
a_1	7.2	3.2	6.4	5.6
a_2	5.0	4.2	10.0	6.4
欄平均	6.1	3.7	8.2	6.0

99

事後比較-1.Fisher's Lsd

A（性別）因子的主要效果比較

$$t = \frac{\overline{X}_{男} - \overline{X}_{女}}{\sqrt{\frac{2MS_{S（AB）}}{KN}}}$$

解釋結果

男女生的投籃進球率沒有差異

100

事後比較-1.Fisher's Lsd

- b_3（雙手）時男女生的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}$$

- 在a_1（男）時不同投法的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}};\ t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}};\ t=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}$$

t1= ；t2= ；t3=

101

事後比較-1.Fisher's Lsd

- 在a_1（男）時不同投法的差異

$$t_1=\frac{6.1-3.7}{\sqrt{\frac{2*4.07}{2*5}}}=\frac{2.4}{0.9022}=2.66*$$

$$t_2=\frac{6.1-8.2}{0.9022}=-2.33*\qquad t_3=\frac{3.7-8.2}{0.9022}=-4.99*$$

102

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher's Lsd

選擇顯著水準與劃定臨界值

顯著水準α=.05，自由度df=MSs（AB）

$t_{\frac{\alpha}{2}}$，（dfs（AB））＝　　　查表p714

$t_{\frac{.05}{2}}$，（24）＝

t.05，（24）＝

- 2.064（雙側）
- 1.711（單側）

103

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher's Lsd

- 解釋結果

A.右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）

B.右手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>右）

C.左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

104

事後比較-1. Fisher's Lsd

單純主要效果的變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F值
A（性別）				
在b1（右手）	12.1	1	12.1	2.98
在b2（左手）	2.5	1	2.5	0.62
在b3（雙手）	32.4	1	32.4	7.97*
B（投法）				
在a1（男生）	44.8	2	22.4	5.51*
在a2（女生）	98.8	2	49.4	12.15*
S（AB）（誤差）	97.60	24	4.07	

105

事後比較-1. Fisher's Lsd

- b_2（雙手）時男女生的差異

$$t = \frac{\bar{X}_{男} - \bar{X}_{女}}{\sqrt{\frac{2MS_{S（AB）}}{KN}}}$$

$$t_1 = \frac{6.4 - 10.0}{\sqrt{\frac{2 * 4.07}{5}}} = \frac{-3.6}{1.2759} = 2.82 *$$

106

事後比較-1.Fisher's Lsd

- a_1（男）時不同投法的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}\ ; t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}\ ; t=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}$$

t1=　　　；t2=　　　；t3=

- 解釋結果

A.

B.

C.

107

事後比較-1.Fisher's Lsd

- a_1（男）時不同投法的差異

$$t_1=\frac{7.2-3.2}{\sqrt{\frac{2*4.07}{5}}}=\frac{7.2-3.2}{1.2759}=3.13*$$

$$t_2=\frac{7.2-6.4}{1.2759}=0.63 \qquad t_3=\frac{3.2-6.4}{1.2759}=-2.51*$$

108

事後比較-1.Fisher's Lsd

■ a_1（男）時不同投法的差異

解釋結果

A.在男生的右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）

B.在男生的右手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

C.在男生的左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

109

事後比較-1.Fisher's Lsd

■ a_2（女）時不同投法的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}};\ t=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}};\ t=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}}$$

t1= ；t2= ；t3=

■ 解釋結果

A.

B.

C.

110

事後比較-1. Fisher's Lsd

■ a_2（女）時不同投法的差異

$$t_1 = \frac{5.0 - 4.2}{\sqrt{\frac{2 * 4.07}{5}}} = \frac{5.0 - 4.2}{1.2759} = 0.63$$

$$t_2 = \frac{5.0 - 10.0}{1.2759} = -3.92 *$$

$$t_3 = \frac{4.2 - 10.0}{1.2759} = -4.55 *$$

111

事後比較-1. Fisher's Lsd

■ a_2（女）時不同投法的差異

解釋結果

A. 在女生的右手與左手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

B. 在女生的右手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>右）

C. 在女生的左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

112

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- A（性別）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{KN}}}\;;\quad q=\frac{5.6-6.4}{\sqrt{\frac{4.07}{3*5}}}=\frac{5.6-6.4}{0.52}=-1.54$$

- 顯著水準α=.05，自由度df=（J, JKN-JK）
- q.05，（2, 24） = 查表p725　 q.05，（3, 24） =3.53
- 解釋結果

男女生的投籃進球率沒有差異

113

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- B（投法）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{JN}}}\;;\; q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{JN}}}\;;\; q=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{JN}}}$$

$$q_1=\frac{6.1-3.7}{\sqrt{\frac{4.07}{2*5}}}=\frac{6.1-3.7}{0.64}=3.75*$$

$$q_2=\frac{6.1-8.2}{0.64}=-3.29 \qquad q_3=\frac{3.7-8.2}{0.64}=-7.06*$$

114

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 顯著水準α=.05，自由度df=（K, JKN-JK）
- q.05，（3, 24） = 查表p725 =3.53
- 解釋結果

A. 右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）

B. 右手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

C. 左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

115

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- b_3（雙手）時男女生的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}$$

$$q=\frac{6.4-10.0}{\sqrt{\frac{4.07}{5}}}=\frac{-3.6}{0.9022}=3.99*$$

116

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 在a_1（男）時不同投法的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}\ ;\ q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}\ ;\ q=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{7.2-3.2}{\sqrt{\frac{4.07}{5}}}=\frac{7.2-3.2}{0.9022}=4.44\ *$$

$$q_2=\frac{7.2-6.4}{0.9022}=0.89 \qquad q_3=\frac{3.2-6.4}{0.9022}=-3.55\ *$$

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 解釋結果

A. 在男生的右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）

B. 在男生的右手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

C. 在男生的左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 在a_2（女）時不同投法的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}\ ;\ q=\frac{\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}\ ;\ q=\frac{\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙}}{\sqrt{\frac{MS_{S(AB)}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{5.0-4.2}{\sqrt{\frac{4.07}{5}}}=\frac{5.0-4.2}{0.9022}=0.89$$

$$q_2=\frac{5.0-10.0}{0.9022}=-5.54\ * \qquad q_3=\frac{4.2-10.0}{0.9022}=-6.43\ *$$

119

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 在a_2（女）時不同投法的差異
- 顯著水準α=.05，自由度df=（J,JKN-JK）
- q.05，（3,24） = 查表p725 =3.53
- 解釋結果

A.在女生的右手與左手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

B.在女生的右手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>右）

C.在女生的左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

120

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- A（性別）因子的主要效果比較

$$F=\frac{(\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{KN}}$$

- 臨界值=（J-1）*F.05，（1,24）
- 解釋結果

121

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- B（投法）因子的主要效果比較

$$F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{JN}}；F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{JN}}；F=\frac{(\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{JN}}$$

$$F_1=\frac{(6.1-3.7)^2}{\frac{2*4.07}{2*5}}=\frac{2.4^2}{.814}=7.08*$$

F_2=5.42 ；F_3=24.9*

122

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- 臨界值=（k-1）*F.05,（2,24）= P717
  = 6.8
- 解釋結果

A. 右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）

B. 右手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

C. 左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

123

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- 在a_1（男）時不同投法的差異

$$F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}};\ F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}};\ F=\frac{(\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}$$

$$F_1=\frac{(7.2-3.2)^2}{\frac{2*4.07}{5}}=\frac{4^2}{1.628}=9.84*$$

$F_2=0.39$ ； $F_3=6.30$

124

事後比較-7.Scheff'e 薛費氏法

- 臨界值=（k-1）*F.05,（2,24）=

- 解釋結果

A.在男生的右手與左手的投籃方法對進球率有差異存在。（右>左）
B.在男生的右手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。
C.在男生的左手與雙手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

125

事後比較-7.Scheff'e 薛費氏法

- 在a_2（女）時不同投法的差異

$$F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{左})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}；F=\frac{(\bar{X}_{右}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}；F=\frac{(\bar{X}_{左}-\bar{X}_{雙})^2}{\frac{2MS_{S(AB)}}{N}}$$

$$F_1=\frac{(5-4.2)^2}{\frac{2*4.07}{5}}=\frac{0.8^2}{1.628}=0.39$$

F_2=15.37 ；F_3=20.68

126

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7.Scheff’e 薛費氏法

- 臨界值=（k-1）*F.05,（2,24）=

- 解釋結果

A.在女生的右手與左手的投籃方法對進球率沒有差異存在。

B.在女生的右手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>右）

C.在女生的左手與雙手的投籃方法對進球率有差異存在。（雙>左）

127

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子變異數分析-語法

```
subtitle '獨立樣本二因子變異數分析'.
MANOVA bel BY A（1,2） B（1,3）
  /PRINT=CELLINFO（MEANS）
 HOMOGENITY（BARTLETT,COCHRAN）
  /DESIGN.

subtitle 'A因子單純主要效果考驗'.
MANOVA bel BY A（1,2） B（1,3）
  /CONTRAST（A）=SPECIAL（1 1 1 -1）
  /ERROR=WITHINCELL
  /DESIGN=A WITHIN B（1）, A WITHIN B（2）, A WITHIN B（3）.
```

128

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子變異數分析-語法

```
subtitle 'B因子單純主要效果考驗一'.
MANOVA bel BY A（1,2） B（1,3）
  /CONTRAST（B）=SPECIAL（1 1 1 1 -1 0 0 1 -1）
  /ERROR=WITHINCELL
  /DESIGN=B WITHIN A（1） , B WITHIN A（2）.

subtitle 'B因子單純主要效果考驗二'.
MANOVA bel BY A（1,2） B（1,3）
  /CONTRAST（B）=SPECIAL（1 1 1 1）
```

129

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

3.

相依樣本二因子變異數分析與分析成果

130

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

1. 在AxB二因子中，二個因子皆為相依樣本，亦即受試者內設計。又稱為「隨機化區組多因子設計」（randomized block factorial design）。
2. 每一位受試者必須在J*K種不同條件下重複觀察，每一個受試者的J*K個觀察分數便是一個區組。

131

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

例題一：為比較三千公尺心肺耐力測驗與三分鐘登階測驗後第一個30"、第二個30"與第三個30"的心跳數差異情形。隨機抽取5位受試者進行3000公尺心肺耐力測驗與三分鐘登階測驗，各於運動後第一分鐘後30"、第二分鐘後30"與第三分鐘後30"測量其三十秒的心跳數。如下表所示。
試問：
①三千公尺與三分鐘登階測驗的心跳數是否有差異？
②運動第一分鐘後30"、第二分鐘後30"與第三分鐘後30"的心跳數是否有差異？
③測驗項目與運動後不同時間的心跳數是否有交互作用存在？

132

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

	三千公尺（a1）			三分鐘登階（a2）			
	第一30"（b1）	第二30"（b2）	第三30"（b3）	第一30"（b1）	第二30"（b2）	第三30"（b3）	S和
A	138	105	83	122	102	87	637
B	133	111	72	130	108	93	647
C	128	98	68	121	98	70	583
D	142	116	74	109	100	84	625
E	136	107	80	115	110	86	634

133

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	677	537	377	1591
a2	597	518	420	1535
B和	1274	1055	797	3126

134

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

AS總和摘要表

AS總和	a1	a2	S和
A	326	311	637
B	316	331	647
C	294	289	583
D	332	293	625
E	323	311	634
A和	1591	1535	3126

135

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

BS總和摘要表

AS總和	b1	b2	b3	S和
A	260	207	170	637
B	263	219	165	647
C	249	196	138	583
D	251	216	158	625
E	251	217	166	634
B和	1274	1055	797	3126

136

相依樣本二因子實驗設計

AB平均摘要表

AB平均	b1	b2	b3	A平均
a1	135.4	107.4	75.4	106.07
a2	119.4	103.6	84	102.33
B平均	127.4	105.5	79.7	104.20

137

相依樣本二因子實驗設計

變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
受試者間	$SS_{受試者間}$	$df_{受試者間}$		
受試者內	$SS_{受試者內}$	$df_{受試者內}$		
A	SS_A	df_A	MS_A	F_A
AS	SS_{AS}	df_{AS}	MS_{AS}	
B	SS_B	df_B	MS_B	F_B
BS	SS_{BS}	df_{BS}	MS_{BS}	
AB	SS_{AB}	df_{AB}	MS_{AB}	F_{AB}
ABS	SS_{ABS}	df_{ABS}	MS_{ABS}	
Total	SS_t	df_t		

$F_{.95}$（1,4）＝　　$F_{.95}$（2,8）＝

138

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

計算代號

$1=\frac{G^2}{JKN}=\frac{(3126)^2}{2*3*5}=325729.2$

$J=\frac{\Sigma(A)^2}{KN}=\frac{(1591)^2+(1535)^2}{3*5}=325833.73$

$K=\frac{\Sigma(B)^2}{JN}=\frac{(1274)^2+(1055)^2+(797)^2}{2*5}=337131$

$N=\frac{\Sigma(S)^2}{JK}=\frac{(637)^2+(647)^2+(583)^2+(625)^2+(634)^2}{2*3}=326141.3$

139

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

計算代號

$JK=\frac{\Sigma(AB)^2}{N}=\frac{(677)^2+(537)^2+(377)^2+(597)^2+(518)^2+(420)^2}{5}=337992$

$JN=\frac{\Sigma(AS)^2}{K}=\frac{(326)^2+(316)^2+(294)^2+(332)^2+(323)^2+(311)^2+(331)^2+(289)^2+(293)^2+(311)^2}{3}=326498$

$KN=\frac{\Sigma(BS)^2}{J}=\frac{(260)^2+(263)^2+(249)^2+\ldots\ldots+(138)^2+(158)^2+(166)^2}{2}=337716$

$JKN=\Sigma X^2=138^2+133^2+128^2+\ldots\ldots+70^2+84^2+86^2=339078$

140

相依樣本二因子實驗設計

計算SS公式

- $SS_{受試者間}$=N-1=326141.3-325729.2=412.13
- $SS_{受試者內}$=JKN-N=339078-326141.3=12936.67
- SS_{A}=J-1=325833.7-325729.2=104.53
- SS_{AS}=JN-J-N+1=326498-325833.7-326141.3+325729.2=252.13
- SS_{B}=K-1=337131-325729.2=11401.80

141

相依樣本二因子實驗設計

計算SS公式

- SS_{BS}=KN-K-N+1=337716-337131-326141.3+325729.2=172.87
- SS_{AB}=JK-J-K+1=337992-325833.7-337131+325729.2=756.47
- SS_{ABS}=JKN-JK-JN-KN+J+K+N-1=339078-337992-326498-337716+325833.7+337131+326141-325729.2=248.87
- SS_{t}=JKN-1=339078-325729.2=13348.80

142

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

計算自由度

- $df_{受試者間}$=N-1=5-1=4
- $df_{受試者內}$=JKN-N=2*3*5-5=25
- df_A=J-1=2-1=1
- df_{AS}=JN-J-N+1=2*5-2-5+1=4
- df_B=K-1=3-1=2

143

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

計算自由度

- df_{BS}=KN-K-N+1=3*5-3-5+1=8
- df_{AB}=JK-J-K+1=2*3-2-3+1=2
- df_{ABS}=JKN-JK-JN-KN+J+K+N-1=2*3*5-2*3-2*5-3*5+2+3+5=8
- df_t=JKN-1=2*3*5-1=29

144

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
受試者間	$SS_{受試者間}$	$df_{受試者間}$		
受試者內	$SS_{受試者內}$	$df_{受試者內}$		
A	SS_A	df_A	MS_A	F_A
AS	SS_{AS}	df_{AS}	MS_{AS}	
B	SS_B	df_B	MS_B	F_B
BS	SS_{BS}	df_{BS}	MS_{BS}	
AB	SS_{AB}	df_{AB}	MS_{AB}	F_{AB}
ABS	SS_{ABS}	df_{ABS}	MS_{ABS}	
Total	SS_t	df_t		

$F_{.95}$（1,4）＝ $F_{.95}$（2,8）＝

145

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F	
受試者間	412.13	4			
受試者內	12936.67	25			
A	104.53	1	104.53	1.66	
AS	252.13	4	63.03		
B	11401.80	2	5700.90	263.8	*
BS	172.87	8	21.61		
AB	756.47	2	378.23	12.16	*
ABS	248.87	8	31.11		
Total	13348.80	29			

$F_{.95}$（1,4）＝7.71 $F_{.95}$（2,8）＝4.46

146

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

一、依對立假設（ H_1 ）提出虛無假設（ H_0 ）

- H_0 ：A因子所有J個水準α_i=0。
- H_1 ：A因子所有J個水準之中至少有一個$\alpha_i \neq 0$

$$H_0：\sigma_{a1} = \sigma_{a2} = \sigma_{a3}$$

$$H_1：\sigma_{a1} \neq \sigma_{a2} \neq \sigma_{a3}$$

- H_0 ：B因子所有K個水準β_j=0。
- H_1 ：B因子所有K個水準之中至少有一個$\beta_j \neq 0$

$$H_0：\sigma_{b1} = \sigma_{b2} = \sigma_{b3}$$

$$H_1：\sigma_{b1} \neq \sigma_{b2} \neq \sigma_{b3}$$

147

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

- H_0 ：AB因子所有JK個水準$\alpha\beta_{ij}$=0。
- H_1 ：AB因子所有JK個水準之中至少有一個$\alpha\beta_{ij} \neq 0$

$$H_0：\sigma_{a1b1} = \sigma_{a1b2} = \sigma_{a1b3} = \sigma_{a2b1} = \sigma_{a2b2} = \sigma_{a2b3}$$

$$H_1：\sigma_{a1b1} \neq \sigma_{a1b2} \neq \sigma_{a1b3} \neq \sigma_{a2b1} \neq \sigma_{a2b2} \neq \sigma_{a2b3}$$

148

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

二、決定統計方法

- 相依樣本二因子變異性分析

三、選擇顯著水準和劃定臨界區

- α= .05; .01; .001 依研究性質做決定
- 依顯著水準（α）與自由度（df）找臨界區
- $F\alpha$（df_A, df_{AS}）＝　；$F\alpha$（df_B, df_{BS}）＝　；$F\alpha$（df_{AB}, df_{ABS}）＝
  查表p717

$F_{.95}$ （1,4）＝7.71；$F_{.95}$ （2,8）＝4.46

149

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

四、計算資料

五、解釋結果

- 因為考驗出來A因子的F值為1.66，小於臨界值F.95（1,4）＝7.71，所以接受虛無假設。換言之，三千公尺與三分鐘登階測驗的心跳數沒有差異存在。
- 因為考驗出來B因子的F值為263.8，大於臨界值F.95 （2,8）＝4.46，所以接受對立假設。換言之，運動後第一30”、第二30”與第三30”的心跳數有差異存在。
- 因為考驗出來A因子與B因子交互作用的F值為12.16，大於臨界值F.95（2,8）＝4.46，所以接受對立假設。換言之，三千公尺與三分鐘登階測驗的不同是否影響心跳數，必須視運動後的哪一個30”而定。

150

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

因A因子與B因子之間有交互作用，所以必須使用單純主要效果再進一步加以考驗，看看三千公尺與三分鐘登階測驗後哪一個30”的心跳數較高；或測驗後哪一個30”運動測驗項目的心跳數較高。

151

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

單純主要效果的變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
A（測驗項目）				
在b1				
在b2				
在b3				
AS（B）誤差				
B（測驗後）				
在a1				
在a2				
BS（A）誤差				

$F_{.95}$（1, 12）＝　；$F_{.95}$（2,16）＝

152

單純主要效果的考驗

不同測驗後30”是否有測驗項目的差異存在？

	三千公尺			三分鐘登階			
	第一30"	第二30"	第三30"	第一30"	第二30"	第三30"	橫和
A	138	105	83	122	102	87	637
B	133	111	72	130	108	93	647
C	128	98	68	121	98	70	583
D	142	116	74	109	100	84	625
E	136	107	80	115	110	86	634

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	677	537	377	1591
a2	597	518	420	1535
B和	1274	1055	797	3126

單純主要效果的考驗

$$在b_1的SS_A = \frac{(677)^2+(597)^2}{5} - \frac{(1274)^2}{10} = 640$$

$$在b_2的SS_A = \frac{(537)^2+(518)^2}{5} - \frac{(1055)^2}{10} = 36.1$$

$$在b_3的SS_A = \frac{(377)^2+(420)^2}{5} - \frac{(797)^2}{10} = 184.9$$

AS（B）誤差=JKN-JK-KN+K=339078-337992-337716+337131=501

155

單純主要效果的考驗

不同測驗後30”是否有測驗項目的差異存在？

	三千公尺			三分鐘登階			
	第一30"	第二30"	第三30"	第一30"	第二30"	第三30"	橫和
A	138	105	83	122	102	87	637
B	133	111	72	130	108	93	647
C	128	98	68	121	98	70	583
D	142	116	74	109	100	84	625
E	136	107	80	115	110	86	634

156

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	677	537	377	1591
a2	597	518	420	1535
B和	1274	1055	797	3126

157

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

$$\text{在}a_1\text{的}SS_B = \frac{(677)^2+(537)^2+(377)^2}{5} - \frac{(1591)^2}{15} = 9013.33$$

$$\text{在}a_2\text{的}SS_B = \frac{(597)^2+(518)^2+(420)^2}{5} - \frac{(1535)^2}{15} = 3144.93$$

AS（B）誤差=JKN-JK-KN+J=339078-337992-337716+325833.7 =421.73

158

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

單純主要效果的變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
A（測驗項目）				
在b1	640.0	1	640.0	15.33*
在b2	36.1	1	36.1	0.86
在b3	184.9	1	184.9	4.43
AS（B）誤差	501.0	12	41.75	
B（測驗後）				
在a1	9013.33	2	4506.67	170.98*
在a2	3144.93	2	1572.47	59.66*
BS（A）誤差	421.73	16	26.36	

$F_{.95}$（1, 12）＝4.75；$F_{.95}$（2, 16）＝3.63

159

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

解釋結果

AB平均	b1	b2	b3	A平均
a1	135.4	107.4	75.4	106.07
a2	119.4	103.6	84	102.33
B平均	127.4	105.5	79.7	104.20

1.在測驗後第一30”的心跳數，三千公尺高於登階測驗。（三>登）

2.在測驗後第二30”的心跳數，三千公尺與登階測驗沒有差異。

3.在測驗後第三30”的心跳數，三千公尺與登階測驗沒有差異。

4.三千公尺測驗後的不同30”之心跳數有差異存在。

5.登階測驗後的不同30”之心跳數有差異存在。

160

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較

AB平均	b1	b2	b3	A平均
a1	135.4	107.4	75.4	106.07
a2	119.4	103.6	84	102.33
B平均	127.4	105.5	79.7	104.20

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher’s Lsd

■ A（測驗項目）因子的主要效果比較

$$t = \frac{\overline{X}_{三} - \overline{X}_{登}}{\sqrt{\frac{2MS_{AS}}{KN}}}$$

■ **解釋結果**

三千公尺與三分鐘登階測驗的心跳數沒有差異存在。

事後比較-1.Fisher’s Lsd

- B（測驗後）因子的主要效果比較

$$t=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS}}{JN}}};\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS}}{JN}}};\frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS}}{JN}}}$$

$$t_1=\frac{127.4-105.5}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}};t_2=\frac{127.4-79.7}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}};t_3=\frac{105.5-79.7}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}$$

事後比較-1.Fisher’s Lsd

$$t_1=\frac{127.4-105.5}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=10.53$$

$$t_2=\frac{127.4-79.7}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=22.95$$

$$t_3=\frac{105.5-79.7}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=12.41$$

事後比較-1.Fisher's Lsd

選擇顯著水準與劃定臨界值

顯著水準α=.05，自由度df=MS_{BS}

$t_{\frac{.05}{2}}$，（ df_{BS} ）＝　　查表p714

$t_{\frac{.05}{2}}$，（8）＝2.306

165

事後比較-1.Fisher's Lsd

解釋結果

A.測驗後的第一30"與第二30"的心跳數有差異存在。（一>二）

B.測驗後的第一30"與第三30"的心跳數有差異存在。（一>三）

C.測驗後的第二30"與第三30"的心跳數有差異存在。（二>三）

166

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1. Fisher’s Lsd

單純主要效果的變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
A（測驗項目）				
在b1	640.0	1	640.0	15.33*
在b2	36.1	1	36.1	0.86
在b3	184.9	1	184.9	4.43
AS（B）誤差	501.0	12	41.75	
B（測驗後）				
在a1	9013.33	2	4506.67	170.98*
在a2	3144.93	2	1572.47	59.66*
BS（A）誤差	421.73	16	26.36	

$F_{.95}$（1, 12）=4.75；$F_{.95}$（2, 16）=3.63

167

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1. Fisher’s Lsd

■ a_1（三千公尺）測驗後不同時間心跳數的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}}$$

$$t_1=\frac{135.4-107.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}\;;\;t_2=\frac{135.4-75.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}\;;\;t_3=\frac{107.4-75.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}$$

168

事後比較-1. Fisher's Lsd

$$t_1 = \frac{135.4-107.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}} = 8.62$$

$$t_2 = \frac{135.4-75.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}} = 18.48$$

$$t_3 = \frac{107.4-75.4}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}} = 9.86$$

事後比較-1. Fisher's Lsd

解釋結果

A.在三千公尺測驗後第一30"與第二30"的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三千公尺測驗後第一30"與第三30"的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三千公尺測驗後第二30"與第三30"的心跳數有差異存在。（二>三）

事後比較-1. Fisher's Lsd

■ a_2（三分鐘登階）測驗後不同時間心跳數的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}};\ \frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}};\ \frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}}$$

$$t_1=\frac{119.4-103.6}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}};\ t_2=\frac{119.4-84}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}};\ t_3=\frac{103.6-84}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}$$

171

事後比較-1. Fisher's Lsd

$$t_1=\frac{119.4-103.6}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}=4.87$$

$$t_2=\frac{119.4-84}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}=10.90$$

$$t_3=\frac{103.6-84}{\sqrt{\frac{2*26.36}{5}}}=6.04$$

172

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher's Lsd

解釋結果

A.在三分鐘登階測驗後第一30"與第二30"的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三分鐘登階測驗後第一30"與第三30"的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三分鐘登階測驗後第二30"與第三30"的心跳數有差異存在。（二>三）

173

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ A（測驗項目）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{三}-\bar{X}_{登}}{\sqrt{\frac{MS_{AS}}{KN}}}$$

■ **解釋結果**

三千公尺與三分鐘登階測驗的心跳數沒有差異存在。

174

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ B（測驗後）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{MS_{BS}}{JN}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS}}{JN}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS}}{JN}}}$$

$$q_1=\frac{127.4-105.5}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}\;;\;q_2=\frac{127.4-79.7}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}\;;\;q_3=\frac{105.5-79.7}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}$$

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

$$q_1=\frac{127.4-105.5}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}=14.90$$

$$q_2=\frac{127.4-79.7}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}=32.45$$

$$q_3=\frac{105.5-79.7}{\sqrt{\frac{21.61}{2*5}}}=17.55$$

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

選擇顯著水準與劃定臨界值

■ 顯著水準α=.05，自由度（K,KN-K-N+1）

q.05，（3,8） =　　　查表p725

q.05，（3,8） =4.04

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

解釋結果

A.測驗後的第一30”與第二30”的心跳數有差異存在。（一>二）

B.測驗後的第一30”與第三30”的心跳數有差異存在。（一>三）

C.測驗後的第二30”與第三30”的心跳數有差異存在。（二>三）

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

單純主要效果的變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
A（測驗項目）				
在b1	640.0	1	640.0	15.33*
在b2	36.1	1	36.1	0.86
在b3	184.9	1	184.9	4.43
AS（B）誤差	501.0	12	41.75	
B（測驗後）				
在a1	9013.33	2	4506.67	170.98*
在a2	3144.93	2	1572.47	59.66*
BS（A）誤差	421.73	16	26.36	

$F_{.95}$（1, 12）＝4.75；$F_{.95}$（2, 16）＝3.63

179

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- a_1（三千公尺）測驗後不同時間心跳數的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{135.4-107.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}\;;\;q_2=\frac{135.4-75.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}\;;\;q_3=\frac{107.4-75.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}$$

180

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

$$q_1 = \frac{135.4-107.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}} = 12.20$$

$$q_2 = \frac{135.4-75.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}} = 26.13$$

$$q_3 = \frac{107.4-75.4}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}} = 13.94$$

181

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

解釋結果

A.在三千公尺測驗後第一30”與第二30”的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三千公尺測驗後第一30”與第三30”的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三千公尺測驗後第二30”與第三30”的心跳數有差異存在。（二>三）

182

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ a_2（三分鐘登階）測驗後不同時間心跳數的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}\ ;\ \frac{\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}\ ;\ \frac{\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{119.4-103.6}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}\ ;\ q_2=\frac{119.4-84}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}\ ;\ q_3=\frac{103.6-84}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}$$

183

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

$$q_1=\frac{119.4-103.6}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}=6.88$$

$$q_2=\frac{119.4-84}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}=15.42$$

$$q_3=\frac{103.6-84}{\sqrt{\frac{26.36}{5}}}=8.54$$

184

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

解釋結果

A.在三分鐘登階測驗後第一30”與第二30”的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三分鐘登階測驗後第一30”與第三30”的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三分鐘登階測驗後第二30”與第三30”的心跳數有差異存在。（二>三）

185

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

■ A（測驗項目）因子的主要效果比較

$$F=\frac{(\bar{X}_{三}-\bar{X}_{登})^2}{\frac{2MS_{AS}}{KN}}$$

■ **解釋結果**

三千公尺與三分鐘登階測驗的心跳數沒有差異存在。

186

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

■ B（測驗後）因子的主要效果比較

$$F=\frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}\;;\;\frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}\;;\;\frac{(\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}$$

$$F_1=\frac{(127.4-105.5)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}\;;\;F_2=\frac{(127.4-79.7)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}\;;\;F_3=\frac{(105.5-79.7)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}$$

187

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

$$F_1=\frac{(127.4-105.5)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=110.98$$

$$F_2=\frac{(127.4-79.7)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=526.48$$

$$F_3=\frac{(105.5-79.7)^2}{\sqrt{\frac{2*21.61}{2*5}}}=154.02$$

188

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

選擇顯著水準與劃定臨界值

■ 顯著水準α=.05，

$F_{.05}$，（2,8） =8.92

189

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

解釋結果

A.測驗後的第一30"與第二30"的心跳數有差異存在。（一>二）

B.測驗後的第一30"與第三30"的心跳數有差異存在。（一>三）

C.測驗後的第二30"與第三30"的心跳數有差異存在。（二>三）

190

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

■ a_1（三千公尺）測驗後不同時間心跳數的差異

$$F=\frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}};\frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}};\frac{(\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}$$

$$F_1=\frac{(135.4-107.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}};F_2=\frac{(135.4-75.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}};F_3=\frac{(107.4-75.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}}$$

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

$$F_1=\frac{(135.4-107.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}}=63.01$$

$$F_2=\frac{(135.4-75.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}}=289.31$$

$$F_3=\frac{(107.4-75.4)^2}{\frac{2*26.36}{5}}=82.29$$

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

解釋結果

A.在三千公尺測驗後第一30”與第二30”的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三千公尺測驗後第一30”與第三30”的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三千公尺測驗後第二30”與第三30”的心跳數有差異存在。（二>三）

193

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

- a_2（三分鐘登階）測驗後不同時間心跳數的差異

$$F=\frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{二})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}};\ \frac{(\bar{X}_{一}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}};\ \frac{(\bar{X}_{二}-\bar{X}_{三})^2}{\frac{2MS_{BS(A)}}{N}}$$

$$F_1=\frac{(119.4-103.6)^2}{\frac{2*26.36}{5}};\ F_2=\frac{(119.4-84)^2}{\frac{2*26.36}{5}};\ F_3=\frac{(103.6-84)^2}{\frac{2*26.36}{5}}$$

194

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

$$F_1 = \frac{(119.4-103.6)^2}{\frac{2*26.36}{5}} = 20.06$$

$$F_2 = \frac{(119.4-84)^2}{\frac{2*26.36}{5}} = 100.71$$

$$F_3 = \frac{(103.6-84)^2}{\frac{2*26.36}{5}} = 30.87$$

195

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

解釋結果

A.在三分鐘登階測驗後第一30"與第二30"的心跳數有差異存在。（一>二）

B.在三分鐘登階測驗後第一30"與第三30"的心跳數有差異存在。（一>三）

C.在三分鐘登階測驗後第二30"與第三30"的心跳數有差異存在。（二>三）

196

相依樣本二因子實驗設計

問題敘述：（參考林清山（民81），心理與教育統計學，p394）
某研究者想探討外來信號的呈現方式及強弱對受試者注意力的影響。
其研究資料如表1所示。問（1）信號的呈現方式及強弱有無顯著交互作用？（2）兩種信號呈現方式之間是否有顯著差異?（3）三種信號強度之間是否有顯著差異?

	光線（A1）			聲音（A2）		
受試者	強（B1）	中（B2）	弱（B3）	強（B1）	中（B2）	弱（B3）
1	4	1	3	3	7	11
2	9	3	9	8	3	8
3	8	4	6	5	4	10
4	9	5	5	6	2	12
5	6	3	9	3	5	9

相依樣本二因子實驗設計

〈語法〉

```
subtitle ‘相依樣本二因子變異數分析’.
manova latency by s (1,5) a (1,2) b (1,3)
    /omeans=tables (a,b,a by b)
    /design=s,a vs 1,s by a=1, b vs 2, s by b=2, b by a.

subtitle ‘ A因子單純主要效果考驗’.
manova latency by s (1,5) a (1,2) b (1,3)
    /contrast (a) =repeated
    /method=sequential
    /error=1
    /design=a within b (1), a within b (2), a within b (3),
       a by s + a by b by s =1.
```

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

```
subtitle 'B因子單純主要效果考驗1'.
manova latency by s(1,5) a(1,2) b(1,3)
    /contrast(b)=repeated
    /method=sequential
    /error=2
    /design=b within a(1), b within a(2),b by s+ a by b by s =2.

subtitle 'B因子單純主要效果考驗2'.
manova latency by s(1,5)  a(1,2) b(1,3)
    /contrast(b)=SPECIAL(1 1 1 1 -1 0 1 0 -1)
    /method=sequential
    /error=2
    /design=b within a(1), b within a(2),b by s+ a by b by s =2.
```


國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

相依樣本之ANOVA摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	事後比較
受試者間	12.67	4			
受試者內	233.33	25			
信號（A）	4.80	1	4.80	0.78	
殘差（A×S）	24.53	4	6.13		
強度（B）	101.40	2	50.70	14.53*	1,3>2
殘差（B×S）	27.93	8	3.49		
信號×強度（A×B）	42.20	2	21.10	5.20*	
殘差（A×B×S）	32.47	8	4.06		
全　體	246.00	29			

$F_{.95(1,4)}=7.71$　　$F_{.95(2,8)}=4.46$

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子實驗設計

相依樣本之單純主要效果的ANOVA摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	事後比較
A（信號）					
在b1（強）	12.10	1	12.10	2.55	
在b2（中）	2.50	1	2.50	0.53	
在b3（弱）	32.40	1	32.40	6.82*	2>1
殘差（A×S+A×B×S）	57	12	4.75		
B（強度）					
在a1（光線）	44.80	2	22.40	5.93*	1,3>2
在a2（聲音）	98.80	2	49.40	13.09**	3>1,2
殘差（B×S+A×B×S）	60.4	16	3.775		

201

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

二因子ANOVA-相依樣本

B的主要效果之事後比較

$$q_1 = \frac{\bar{B}_1 - \bar{B}_2}{\sqrt{\frac{MS_{(B\times S)}}{\underset{5\times 2}{np}}}} = \frac{6.1-3.7}{\sqrt{\frac{3.49}{10}}\ .59} = \frac{2.4}{.59} = 4.07^*$$

$$q_2 = \frac{\bar{B}_1 - \bar{B}_3}{\sqrt{\frac{MS_{(B\times S)}}{np}}} = \frac{6.1-8.2}{.59} = \frac{-2.1}{.59} = -3.56$$

$$q_3 = \frac{\bar{B}_2 - \bar{B}_3}{\sqrt{\frac{MS_{(B\times S)}}{np}}} = \frac{3.7-8.2}{.59} = \frac{-4.5}{.59} = -7.63^*$$

$$q\ \text{critical} = q_{.95}(\overset{3}{q}, \overset{2}{(q-1)}\overset{\times 4}{(n-1)}) = q_{.95}(3,8) = 4.04$$

A之main effect之post hoc

$$q = \frac{\bar{A}_1 - \bar{A}_2}{\sqrt{\frac{MS_{(A\times S)}}{nq}}} = \frac{5.6-6.4}{\sqrt{\frac{6.13}{15}}} = \frac{-0.8}{0.64} = 1.25$$

$$q_{.95}(\overset{2}{p}, \overset{1}{(p-1)}\overset{\times 4}{(n-1)}) = q_{.95}(2,4) = 3.93$$

202

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

4. 混合二因子變異數分析與分析成果

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

1. 在AxB二因子中，一個因子為獨立樣本，亦即受試者間設計；另一個是相依樣本，亦即受試者內設計。研究中稱為「混合設計」。
2. 混合設計比受試者間設計多一個優點，那就是$SS_{w.cell}$被分為數值較小的兩個誤差項，其中$SS_{subj.w.groups}$用來考驗A；$SS_{Bxsubj.w.groups}$則用來考驗B和AB。
3. 由於誤差項變小，F值較易達到顯著差異。

混合二因子實驗設計

例題一：為比較男女生在運動前、運動中、運動後心跳數的差異情形。隨機抽取5位男生與5位女生進行5000公尺跑步，各組於運動前、運動中、運動後的心跳數如下表所示。試問：

① 男生與女生的心跳數是否有差異？

② 運動前、運動中、運動後的心跳數是否有差異？

③ 性別與不同運動期的心跳數是否有交互作用存在？

205

混合二因子實驗設計

	運動前 b_1	運動中 b_2	運動後 b_3	列總和
男 a_1	60	180	120	360
	56	166	118	340
	55	174	132	361
	62	178	126	366
	58	183	133	374
女 a_2	72	199	110	381
	66	202	105	373
	70	185	114	369
	68	196	122	386
	75	194	116	385

206

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	291	881	629	1801
a2	351	976	567	1894
B和	642	1857	1196	3695

207

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

AB平均摘要表

AB平均	b1	b2	b3	A平均
a1	58.20	176.20	125.80	120.07
a2	70.20	195.20	113.40	126.27
B平均	64.20	185.70	119.60	123.17

208

混合二因子實驗設計

計算代號

$$1 = \frac{G^2}{JKN} = \frac{(3695)^2}{2*3*5} = 455100.83$$

$$J = \frac{\sum(A)^2}{KN} = \frac{(1801)^2 + (1894)^2}{3*5} = 455389.13$$

$$K = \frac{\sum(B)^2}{JN} = \frac{(642)^2 + (1857)^2 + (1196)^2}{2*5} = 529102.9$$

209

混合二因子實驗設計

計算代號

$$JK = \frac{\sum(AB)^2}{N} = \frac{(291)^2 + (881)^2 + (629)^2 + (351)^2 + (976)^2 + (567)^2}{5} = 530749.8$$

$$JN = \frac{\sum(S)^2}{K} = \frac{(360)^2 + (340)^2 + (361)^2 + (366)^2 + (374)^2 + (381)^2 + (373)^2 + (369)^2 + (386)^2 + (385)^2}{3} = 455675$$

$JKN = \Sigma X^2 == 60^2 + 56^2 + 174^2 + \cdots\cdots + 114^2 + 122^2 + 116^2 = 531519$

210

混合二因子實驗設計

計算SS公式

- $SS_{受試者間}$=JN-1=455675-455100.83=574.17
- SS_A=J-1=455389.13-455100.83=288.30
- $SS_{S(A)}$=JN-J=455675-455389.13=285.87
- $SS_{受試者內}$=JKN-JN=531519-455675=75844

211

混合二因子實驗設計

計算SS公式

- SS_B=K-1=529102.9-455100.83=74002.07
- SS_{AB}=JK-J-K+1=530749.8-455389.13-529102.9+455100.83=1358.6
- $SS_{BS(A)}$=JKN-JK-JN+J=531519-530749.8-455675+455389.13=483.33
- SS_t=JKN-1=531519-455100.83=76418.17

212

混合二因子實驗設計

計算自由度

- $df_{受試者間}$=JN-1=9
- df_A=J-1=1
- $df_{S（A）}$=JN-J=8
- $df_{受試者內}$=JKN-N=20

213

混合二因子實驗設計

計算自由度

- df_B=K-1=2
- df_{AB}=JK-J-K+1=2
- $df_{BS（A）}$=JKN-JK-JN+J=16
- df_t=JKN-1=29

214

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
受試者間	$SS_{受試者間}$	$df_{受試者間}$		
A	SS_A	df_A	MS_A	
S（A）	$SS_{S（A）}$	$df_{S（A）}$	$MS_{S（A）}$	
受試者內	$SS_{受試者內}$	$df_{受試者內}$		
B	SS_B	df_B	MS_B	
AB	SS_{AB}	df_{AB}	MS_{AB}	
BS（A）	$SS_{BS（A）}$	$df_{BS（A）}$	$MS_{BS（A）}$	
Total	SS_t	df_t		

$F_{.95（1,8）}$ ＝　　$F_{.95（2,16）}$ ＝

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
受試者間	574.17	9		
A	288.30	1	288.30	8.07*
S（A）	285.87	8	35.73	
受試者內	75844.00	20		
B	74002.07	2	37001.03	1224.86*
AB	1358.60	2	679.30	22.49*
BS（A）	483.33	16	30.21	
Total	76418.17	29		

$F_{.95（1,8）}$ ＝5.32　　$F_{.95（2,16）}$ ＝3.63

混合二因子實驗設計

一、依對立假設（ H_1 ）提出虛無假設（ H_0 ）

- H_0 ： $\sigma_{a1} = \sigma_{a2}$
- H_1 ： $\sigma_{a1} \neq \sigma_{a2}$
- H_0 ： $\sigma_{b1} = \sigma_{b2} = \sigma_{b3}$
- H_1 ： $\sigma_{b1} \neq \sigma_{b2} \neq \sigma_{b3}$
- H_0 ： $\sigma_{a1b1} = \sigma_{a1b2} = \sigma_{a1b3} = \sigma_{a2b1} = \sigma_{a2b2} = \sigma_{a2b3}$
- H_1 ： $\sigma_{a1b1} \neq \sigma_{a1b2} \neq \sigma_{a1b3} \neq \sigma_{a2b1} \neq \sigma_{a2b2} \neq \sigma_{a2b3}$

混合二因子實驗設計

二、決定統計方法

- 混合設計二因子變異數分析

三、選擇顯著水準和劃定臨界區

- α = .05; .01; .001 依研究性質做決定
- 依顯著水準（ α ）與自由度（df）找臨界區
- $F\alpha$（ $df_A, df_{S(A)}$ ）＝　；$F\alpha$（ $df_B, df_{BS(A)}$ ）＝；$F\alpha$（ $df_{AB}, df_{BS(A)}$ ）＝查表p717
- $F_{.95}$（1,8）＝5.32　；$F_{.95}$（2,16）＝3.63

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子實驗設計

四、計算資料

五、解釋結果

- 因為考驗出來A因子的值為8.，大於臨界值F.95（1,8）=5.32，所以接受對立假設。換言之，男生與女生不同性別的心跳數有差異存在。
- 因為考驗出來B因子的F值為1224.86，大於臨界值F.95（2,16）=3.63，所以接受對立假設。換言之，運動前、運動中、運動後的心跳數有差異存在。
- 因為考驗出來A因子與B因子交互作用的F值為22.49，大於臨界值F.95（2,16）=3.63，所以接受對立假設。換言之，男生與女生性別的不同是否影響心跳數，必須視哪一個運動期而定。

219

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

- 因A因子與B因子之間有交互作用，所以必須使用單純主要效果再進一步加以考驗，看看哪一個運動期男生的心跳數較高；或哪一個運動期女生的心跳數較高。

220

單純主要效果的考驗

不同運動期是否有性別的差異存在？

	運動前 b_1	運動中 b_2	運動後 b_3	列總和
男 a_1	60	180	120	360
	56	166	118	340
	55	174	132	361
	62	178	126	366
	58	183	133	374
女 a_2	72	199	110	381
	66	202	105	373
	70	185	114	369
	68	196	122	386
	75	194	116	385

221

單純主要效果的考驗

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	291	881	629	1801
a2	351	976	567	1894
B和	642	1857	1196	3695

222

單純主要效果的考驗

$$在b_1的SS_A = \frac{(291)^2+(351)^2}{5} - \frac{(642)^2}{10} = 360$$

$$在b_2的SS_A = \frac{(881)^2+(976)^2}{5} - \frac{(1857)^2}{10} = 902.5$$

$$在b_3的SS_A = \frac{(629)^2+(567)^2}{5} - \frac{(1196)^2}{10} = 384.4$$

$SS_{細格內誤差}$＝JKN-JK=531519-530749.8=769.2

單純主要效果的考驗

不同性別是否有心跳數的差異存在？

	運動前 b_1	運動中 b_2	運動後 b_3	列總和
男 a_1	60	180	120	360
	56	166	118	340
	55	174	132	361
	62	178	126	366
	58	183	133	374
女 a_2	72	199	110	381
	66	202	105	373
	70	185	114	369
	68	196	122	386
	75	194	116	385

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

AB總和摘要表

AB總和	b1	b2	b3	A和
a1	291	881	629	1801
a2	351	976	567	1894
B和	642	1857	1196	3695

225

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

單純主要效果的考驗

$$\text{在}a_1\text{的}SS_B = \frac{(291)^2+(881)^2+(629)^2}{5} - \frac{(1801)^2}{15} = 35056.53$$

$$\text{在}a_2\text{的}SS_B = \frac{(351)^2+(976)^2+(567)^2}{5} - \frac{(1894)^2}{15} = 40304.13$$

$SS_{BS\,(A)}$ =JKN-JK-JN+J=531519-530749.8-455675+455389.13=483.33

226

單純主要效果的考驗

單純主要效果的變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F
A（性別）				
在b1	360	1	360	11.23*
在b2	902.5	1	902.5	28.16*
在b3	384.4	1	384.4	11.99*
細格內殘差	769.20	24	32.05	
B（運動期）				
在a1	35056.53	2	17528.27	580.25*
在a2	40304.13	2	20152.07	667.10*
BS（A）誤差	483.33	16	30.21	

$F_{.95}$（1,24）＝4.26；$F_{.95}$（2,16）＝3.63

227

單純主要效果的考驗

解釋結果

1.在運動前的心跳數，女生高於男生。

2.在運動中的心跳數，女生高於男生。

3.在運動後的心跳數，男生高於女生。

4.男生於不同的運動期之心跳數有差異存在。

5.女生於不同的運動期之心跳數有差異存在。

228

事後比較-1.Fisher's Lsd

	b_1	b_2	b_3	列平均
a_1	58.20	176.20	125.80	120.07
a_2	70.20	195.20	113.40	126.27
欄平均	64.20	185.70	119.60	123.17

事後比較-1.Fisher's Lsd

- A（性別）因子的主要效果比較

$$t = \frac{\overline{X}_{男} - \overline{X}_{女}}{\sqrt{\frac{2MS_{S(A)}}{KN}}}$$

- **解釋結果**

男女生不同性別的心跳數有差異存在。（女>男）

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY 國立清華大學

事後比較-1.Fisher's Lsd

■ B（運動期）因子的主要效果比較

$$t=\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{JN}}}；\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{JN}}}；\frac{\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{JN}}}$$

$$t_1=\frac{64.20-185.70}{\sqrt{\frac{2*30.21}{2*5}}}=\frac{-121.50}{2.458}=-49.43*$$

$$t_2=\frac{64.2-119.6}{2.458}=-22.54*\qquad t_3=\frac{185.7-119.6}{2.458}=26.89*$$

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY 國立清華大學

事後比較-1.Fisher's Lsd

顯著水準α=.05，自由度df= $MS_{BS（A）}$

$t_{\frac{.05}{2}}$，（$df_{BS（A）}$）＝ 查表p714

$t_{\frac{.05}{2}}$，（16）=2.12

解釋結果

A.運動前與運動中的心跳數有差異存在。（中>前）

B.運動前與運動後的心跳數有差異存在。（後>前）

C.運動中與運動後的心跳數有差異存在。（中>後）

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher's Lsd

SV	SS	df	MS	F
A（性別）				
在b1	360	1	360	11.23*
在b2	902.5	1	902.5	28.16*
在b3	384.4	1	384.4	11.99*
細格內誤差	769.20	24	32.05	
B（運動期）				
在a1	35056.53	2	17528.27	580.25*
在a2	40304.13	2	20152.07	667.10*
BS（A）誤差	483.33	16	30.21	

$F_{.95}$（1,24）=4.26；$F_{.95}$（2,16）=3.63

233

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-1.Fisher's Lsd

■ a_1（男）不同運動期心跳數的差異

$$t=\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}}；\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}}；\frac{\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}}$$

$$t_1=\frac{58.20-176.2}{\sqrt{\frac{2*30.21}{5}}}=\frac{58.20-176.20}{3.476}=-33.95^*$$

$$t_2=\frac{58.20-125.80}{3.476}=-19.45^* \qquad t_3=\frac{176.20-125.80}{3.476}=14.50^*$$

234

事後比較-1.Fisher's Lsd

解釋結果

A.在男生的運動前與運動中心跳數有差異存在。（中>前）

B.在男生的運動前與運動後心跳數有差異存在。（後>前）

C.在男生的運動中與運動後心跳數有差異存在。（中>後）

235

事後比較-1.Fisher's Lsd

■ a_2（女）不同運動期心跳數的差異

$$t = \frac{\bar{X}_{前} - \bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}} ; \frac{\bar{X}_{前} - \bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}} ; \frac{\bar{X}_{中} - \bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{2MS_{BS（A）}}{N}}}$$

$$t_1 = \frac{70.20 - 195.20}{\sqrt{\frac{2 * 30.21}{5}}} = \frac{70.20 - 195.2}{3.476} = -35.96*$$

$$t_2 = \frac{70.20 - 113.4}{3.476} = -12.43* \qquad t_3 = \frac{195.20 - 113.40}{3.476} = 23.53*$$

236

事後比較-1.Fisher's Lsd

解釋結果

A.在女生的運動前與運動中心跳數有差異存在。（中>前）

B.在女生的運動前與運動後心跳數有差異存在。（後>前）

C.在女生的運動中與運動後心跳數有差異存在。（中>後）

237

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ A（性別）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女}}{\sqrt{\frac{MS_{S(A)}}{KN}}}$$

■ **解釋結果**

男女生不同性別的心跳數有差異存在。（女>男）

238

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ B（運動期）因子的主要效果比較

$$q=\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{JN}}}；\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{JN}}}；\frac{\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{JN}}}$$

$$q_1=\frac{64.20-185.70}{\sqrt{\frac{30.21}{2*5}}}=\frac{64.20-185.70}{1.738}=-69.91*$$

$$q_2=\frac{64.20-119.60}{1.738}=-31.87*\qquad q_3=\frac{185.70-119.60}{1.738}=38.03*$$

239

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ 顯著水準 α=.05，自由度df=（k, JKN-JK-JN+J）

■ $q_{.05}$，（3, 16） =3.65　　查表p725

■ **解釋結果**

A. 運動前與運動中的心跳數有差異存在。（中>前）

B. 運動前與運動後的心跳數有差異存在。（後>前）

C. 運動中與運動後的心跳數有差異存在。（中>後）

240

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

SV	SS	df	MS	F
A（性別）				
在b1	360	1	360	11.23*
在b2	902.5	1	902.5	28.16*
在b3	384.4	1	384.4	11.99*
細格內誤差	769.20	24	32.05	
B（運動期）				
在a1	35056.53	2	17528.27	580.25*
在a2	40304.13	2	20152.07	667.10*
BS（A）誤差	483.33	16	30.21	

$F_{.95}$（1,24）＝4.26；$F_{.95}$（2,16）＝3.63

241

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- a_1（男）不同運動期心跳數的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}};\ \frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}};\ \frac{\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS(A)}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{58.20-176.20}{\sqrt{\frac{30.21}{5}}}=\frac{58.20-176.20}{2.458}=-48.01^*$$

$$q_2=\frac{58.20-125.80}{2.458}=-27.5^*\qquad q_3=\frac{176.20-125.80}{2.458}=20.5^*$$

242

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

解釋結果

A.在男生的運動前與運動中心跳數有差異存在。（中>前）

B.在男生的運動前與運動後心跳數有差異存在。（後>前）

C.在男生的運動中與運動後心跳數有差異存在。（中>後）

243

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

■ a_2（女）不同運動期心跳數的差異

$$q=\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{N}}}；\frac{\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{N}}}；\frac{\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後}}{\sqrt{\frac{MS_{BS（A）}}{N}}}$$

$$q_1=\frac{70.20-195.20}{\sqrt{\frac{30.21}{5}}}=\frac{70.20-195.20}{2.458}=-50.85*$$

$$q_2=\frac{70.20-113.40}{2.458}=-17.58*\qquad q_3=\frac{195.20-113.40}{2.458}=33.28*$$

244

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

- 顯著水準 α=.05，自由度df=（k, JKN-JK-JN-J）
- $q_{.05}$，（3, 16） = 3.65 查表p725

解釋結果

A.在女生的運動前與運動中心跳數有差異存在。（中>前）

B.在女生的運動前與運動後心跳數有差異存在。（後>前）

C.在女生的運動中與運動後心跳數有差異存在。（中>後）

245

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- A（性別）因子的主要效果比較

$$F=\frac{(\bar{X}_{男}-\bar{X}_{女})^2}{MS_{S(A)}\left(\frac{1}{KN_{男}}+\frac{1}{KN_{女}}\right)}$$

- **解釋結果**

246

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

■ B（運動期）因子的主要效果比較

$$F_1 = \frac{(\overline{X}_{前} - \overline{X}_{中})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{JN_{前}} + \frac{1}{JN_{中}}\right)}$$

$$F_2 = \frac{(\overline{X}_{前} - \overline{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{JN_{前}} + \frac{1}{JN_{後}}\right)}$$

$$F_3 = \frac{(\overline{X}_{中} - \overline{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{JN_{中}} + \frac{1}{JN_{後}}\right)}$$

247

事後比較-7. Scheff’e 薛費氏法

■ B（運動期）因子的主要效果比較

$$F_1 = \frac{(64.20 - 185.70)^2}{\frac{2 * 30.21}{2 * 5}} = \frac{14762.25}{6.042} = 2443.41$$

$$F_2 = \frac{(64.2 - 119.6)^2}{6.042} = 508.00$$

$$F_3 = \frac{(185.7 - 119.6)^2}{6.042} = 723.18$$

248

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- 顯著水準α=.05，自由度df=（k-1,JKN-JK-JN+J）
- 臨界值 = （k-1）*F（k-1,JKN-JK-JN+J）=7.26
- **解釋結果**

A.

B.

C.

249

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- a_1（男）不同運動期心跳數的差異

$$F_1=\frac{(\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{前}}+\frac{1}{N_{中}}\right)}$$

$$F_2=\frac{(\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{前}}+\frac{1}{N_{後}}\right)}$$

$$F_3=\frac{(\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{中}}+\frac{1}{N_{後}}\right)}$$

250

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- a_1（男）不同運動期心跳數的差異

$$F_1 = \frac{(58.20-176.2)^2}{\frac{2*30.21}{5}} = 1152.33$$

$$F_2 = \frac{(58.20-125.80)^2}{12.084} = 378.19$$

$$F_3 = \frac{(176.20-125.80)^2}{12.084} = 210.22$$

251

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- a_2（女）不同運動期心跳數的差異

$$F_1 = \frac{(\bar{X}_{前}-\bar{X}_{中})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{前}}+\frac{1}{N_{中}}\right)}$$

$$F_2 = \frac{(\bar{X}_{前}-\bar{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{前}}+\frac{1}{N_{後}}\right)}$$

$$F_3 = \frac{(\bar{X}_{中}-\bar{X}_{後})^2}{MS_{BS(A)}\left(\frac{1}{N_{中}}+\frac{1}{N_{後}}\right)}$$

252

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

- a_2（女）不同運動期心跳數的差異

$$F_1 = \frac{(70.20-195.20)^2}{\frac{2*30.21}{5}} = 1293.10$$

$$F_2 = \frac{(70.20-113.4)^2}{12.084} = 154.45$$

$$F_3 = \frac{(195.20-113.40)^2}{12.084} = 553.76$$

253

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-摘要表

雙因子變異數分析的分析步驟

		B因子			
		B1	B2	B3	
A因子	A1	$\bar{X}_{11}$	$\bar{X}_{12}$	$\bar{X}_{13}$	$\bar{X}_{1\bullet}$
	A2	$\bar{X}_{21}$	$\bar{X}_{22}$	$\bar{X}_{23}$	$\bar{X}_{2\bullet}$
		$\bar{X}_{\bullet 1}$	$\bar{X}_{\bullet 2}$	$\bar{X}_{\bullet 3}$	

254

混合二因子變異數設計-摘要表

1. 分析步驟

【階段一】

AB交互作用（1）顯著 --> 單純主要效果 --> 單純主要效果的事後比較 --> 階段二

（2）不顯著 階段二

【階段二】

A因子主要效果 --> 顯著 --> 事後比較 --> B因子

不顯著 --> B因子

B因子主要效果 --> 顯著 --> 事後比較 不顯著 --> 完成

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-摘要表

2. 混合設計

問題情境:
一研究者想了解學生在不同壓力情境下的學習成就是否不同。他隨機抽取8名男生和8名女生，讓他們（16名）依序在4種壓力情境下學習，每次學習完便接受一項標準化測驗。
自變項為性別（受試者間）和壓力情境（受試者內），依變項為測驗成績

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-語法

（二）語法

```
subtitle '混合設計二因子變異數分析'.
MANOVA score BY S（1,16） A（1,2） B（1,4）
  /OMEANS=TABLES（A ， B ， A BY B）
  /DESIGN=A VS 1, S BY A =1 ， B ， B BY A .

subtitle 'A 因子單純主要效果考驗'.
MANOVA score BY A（1,2） B（1,4）
  /CONTRAST（A）=SPECIAL（1 1 1 -1）
  /ERROR=WITHIN
  /DESIGN=A WITHIN B（1）， A WITHIN B（2）， A WITHIN B（3）
  ， A WITHIN B（4） .
```

257

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-語法

```
subtitle 'B 因子單純主要效果考驗1'.
MANOVA score BY S（1,16） A（1,2） B（1,4）
  /CONTRAST（B）=SPECIAL（1 1 1 1 -1 0 0 0  1 -1 0 0 0 1 -1）
  /METHOD=SEQUENTIAL
  /ERROR=1
  /DESIGN= B WITHIN A（1）， B WITHIN A（2）， S BY A BY B = 1.

subtitle 'B 因子單純主要效果考驗2'.
MANOVA score BY S（1,16） A（1,2） B（1,4）
  /CONTRAST（B）=SPECIAL（1 1 1 1 0 -1 0 1 0 0 -1 0 1 0 -1）
  /METHOD=SEQUENTIAL
  /ERROR=1
  /DESIGN= B WITHIN A（1）， B WITHIN A（2）， S BY A BY B = 1.
```

258

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-分析成果

（三）分析結果

混合設計之ANOVA摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	事後比較
受試者間		15			
性別（A）	81.00	1	81.00	105.49**	女＞男
群內受試（S/A）	10.75	14	0.77		
受試者內		48			
壓力情境（B）	17.38	3	5.79	3.40*	任兩組均未達顯著
AxB交互作用	99.13	3	33.04	19.41**	
壓力情境x群內受（BxS/A）	71.50	42	1.70		
全　體	246.0	63			

*P＜.05；**P＜.01

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子變異數設計-分析成果（同單元301）

混合設計之單純主要效果的ANOVA摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	事後比較
A（學生性別）					
在b_1	110.25	1	110.25	75.06**	女＞男
在b_2	20.25	1	20.25	13.79**	女＞男
在b_3	39.06	1	39.06	26.60**	女＞男
在b_4	10.56	1	10.56	7.19**	男＞女
Within cell	82.25	56	1.47		
B（壓力情境）					
在a_1（男）	81.38	3	27.13	15.93**	4＞2,3
在a_2（女）	35.13	3	11.71	6.88**	1＞2,4
BxS/A	71.50	42	1.70		

*P＜.05；**P＜.01

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

5.

共變數分析與分析成果

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析
（analysis of covariance, ANCOVA）

- 共變數分析是變異數分析家族中的一員。
- 為使實驗處理效果較易達到顯著水準或不為實驗誤差所混淆，最重要的方法是使實驗誤差和抽樣誤差儘量減到最低程度。
- 控制抽樣誤差方法：A.採隨機抽樣；B.增加樣本數N到最大但卻是最經濟的程度。
- 減少實驗誤差方法：A.實驗控制；B.統計控制。
- 實驗控制的方法：隨機分派、重複量數實驗設計、影響因素納入實驗設計之中成為變異數分析的一個因子、平衡對抗法、改進測量或測驗技術等。

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

- 統計控制的方法：即是共變數分析。在實驗控制不可能進行時，只好利用統計的手段來把可能影響實驗正確性的誤差加以排除。
- 在研究裡，除了實驗變項外，還有其他變項也會影響依變項，造成實驗變項與依變項之間的因果關係無法確認。此一其他變項便是一種干擾變項。在共變數分析裡稱為「共變量」。
- 共變數分析亦可用於前後測設計，前測為控制變項，依變項則為實驗之後針對同一變項再次測量所得之後測成績。

263

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

例如：為瞭解本校男子籃球隊、柔道隊與體操隊選手的垂直跳成績時，可能會有人質疑這三種代表隊選手的身高本身就有很大的差別，恐會影響他們的垂直跳成績。於是我們可以把各選手的身高當作共變量來加以考量。

264

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

籃球隊		柔道隊		體操隊			
身高	垂直跳	身高	垂直跳	身高	垂直跳		總和
195	85	148	66	167	88		749
188	92	155	58	172	95		760
179	84	165	76	166	76		746
186	77	162	48	180	80		733
199	82	158	72	175	72		758
200	90	170	70	176	66		772

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

若未將身高考量在內的獨立樣本單因子變異數分析為何？

	籃球隊		柔道隊		體操隊			
		垂直跳		垂直跳		垂直跳		總和
		85		66		88		
		92		58		95		
		84		76		76		
		77		48		80		
		82		72		72		
		90		70		66		
和								
平方和								

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

各代表隊之垂直跳變異數分析摘要表

1	
J	
N	
JN	

SV	df	SS	MS	F
受試者間				
受試者內				
Total				

267

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

各代表隊之垂直跳變異數分析摘要表

1	105340.5
J	106621.5
N	
JN	107867

SV	df	SS	MS	F
受試者間	2	1281.0	640.50	7.71*
受試者內	15	1245.5	83.03	
Total	17	2526.5		

268

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

	籃球隊		柔道隊		體操隊			
	身高	垂直跳	身高	垂直跳	身高	垂直跳		總和
	195	85	148	66	167	88		**749**
	188	92	155	58	172	95		**760**
	179	84	165	76	166	76		**746**
	186	77	162	48	180	80		**733**
	199	82	158	72	175	72		**758**
	200	90	170	70	176	66		**772**
和	**1147**	**510**	**958**	**390**	**1036**	**477**		**4518**
平方和	**219607**	**43498**	**153262**	**25884**	**179030**	**38485**		
交乘和	**97547**		**62350**		**82268**			

269

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

- 1. 算總和、和、平方和、交乘和
- 2. 求X（身高）的SS_t、SS_w、SS_b

	1	
	J	
	N	
	JN	

SV	df	SS
受試者間	J-1	
受試者內	JN-J	
Total	JN-1	

270

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

1. 算總和、和、平方和、交乘和
2. 求X（身高）的SS_t、SS_w、SS_b

	1	548104.5
3	J	551111.5
6	N	
18	JN	551899

SV	df	SS
受試者間	2	3007.0
受試者內	15	787.5
Total	17	3794.5

271

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

3. 求Y的SS_t、SS_w、SS_b

	1	105340.5
3	J	106621.5
6	N	
18	JN	107867

SV	df	SS
受試者間	2	1281.0
受試者內	15	1245.5
Total	17	2526.5

272

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

$$1=\frac{G_X G_Y}{JN}=\frac{(3141)\ (1377)}{3*6}=$$

$$J=\frac{(1147)(510)+(958)(390)+(1036)\ (477)}{6}=$$

JN=97547+62350+82268=

	1	
3	J	
6	N	
18	JN	

SV	df	SS
受試者間		
受試者內		
Total		

273

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

	1	240286.5
3	J	242127
6	N	
18	JN	242165

SV	df	SS
受試者間	2	1840.5
受試者內	15	38.0
Total	17	1878.5

274

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

4. 求SS' t、SS' w、SS' b

$$SS'_t = SS_t(Y) - \frac{(CP_t)^2}{SS_t(x)} = 2526.5 - \frac{1878.5^2}{3794.5} =$$

$$SS'_w = SS_w(Y) - \frac{(CP_w)^2}{SS_w(x)} = 1245.5 - \frac{38.0^2}{787.5} =$$

$$SS'_b = SS'_t - SS'_w$$

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

SV	df	SS'	MS'	F
受試者間	J-1			
受試者內	JN-J-1			
Total	JN-2			

$F_{.95(2,14)} =$ 3.74

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

SV	df	SS'	MS'	F
受試者間	2	353	176.43	1.99
受試者內	14	1244	88.83	
Total	16	1597		

$F_{.95\,(2,14)}$ = 3.74

277

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

解釋結果

因為考驗出來的F值為1.99，小於臨界值F.05（2,24）＝3.74，所以接受虛無假設。換言之，本校男子籃球隊、柔道隊與體操隊選手的垂直跳成績沒有差異。

278

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

二、調整後平均數與事後考驗

1. 調整後平均數

公式： $\overline{Y'}_j = \overline{Y}_j - b_w(\overline{X}_j - \overline{X})$

$$b_w = \frac{CP_w}{SS_{w(x)}} = \frac{38}{787.5}$$

$b_w = 0.0483$

279

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

	X	Y	調整後Y
籃球隊	191.17	85	
柔道隊	159.67	65	
體操隊	172.67	79.5	
全體	174.5	76.50	

280

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

調整後之平均數

籃球隊=85-.0483*（191.17-174.5）=

柔道隊=65-.0483*（159.67-174.5）=

體操隊=79.5-.0483*（172.67-174.5）=

281

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

	X	Y	調整後Y
籃球隊	191.17	85	84.20
柔道隊	159.67	65	65.72
體操隊	172.67	79.5	79.59
全體	174.5	76.50	76.50

282

共變數分析（analysis of covariance, ANCOVA）

二、調整後平均數與事後考驗

2.事後考驗之誤差值

$$MS_{error}=MS'_{w}\left[1+\frac{SS_{b(x)}/(J-1)}{SS_{w(x)}}\right]$$

$$MS_{error}=88.83*\left[1+\frac{3007/(3-1)}{787.5}\right]=258.434$$

事後比較-1.Fisher's Lsd

$$t=\frac{\bar{Y}_{籃}-\bar{Y}_{柔}}{\sqrt{\frac{2MS_{error}}{N}}};\frac{\bar{Y}_{籃}-\bar{Y}_{體}}{\sqrt{\frac{2MS_{error}}{N}}};\frac{\bar{Y}_{柔}-\bar{Y}_{體}}{\sqrt{\frac{2MS_{error}}{N}}}$$

$$t_1=\frac{84.2-65.72}{\sqrt{\frac{2*258.434}{6}}}=\frac{84.2-65.72}{9.28}=1.99$$

$$t_2=\frac{84.2-79.59}{9.28}=0.50 \qquad t_3=\frac{65.72-79.59}{9.28}=-1.49$$

事後比較-1.Fisher's Lsd

2）選擇顯著水準與劃定臨界值

顯著水準α=.05，自由度df=MS'W

$t_{\frac{\alpha}{2}}$，（dfw） =　　查表p714

$t_{\frac{.05}{2}}$，（14） =2.145

3）解釋結果

A. 籃球隊與柔道隊的垂直跳成績沒有差異存在。

B. 籃球隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

C. 柔道隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

285

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

1）以下列公式計算$\frac{J（J-1）}{2}$組的q值

$$t = \frac{\bar{Y}_{籃} - \bar{Y}_{柔}}{\sqrt{\frac{MS_{error}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{Y}_{籃} - \bar{Y}_{體}}{\sqrt{\frac{MS_{error}}{N}}}\;;\;\frac{\bar{Y}_{柔} - \bar{Y}_{體}}{\sqrt{\frac{MS_{error}}{N}}}$$

$$q_1 = \frac{84.2 - 65.72}{\sqrt{\frac{258.434}{6}}} = \frac{84.2 - 65.72}{6.563} = 2.82$$

$$q_2 = \frac{84.2 - 79.59}{6.563} = 0.70 \qquad q_3 = \frac{65.72 - 79.59}{6.563} = -2.11$$

286

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-2. Tukey 杜凱氏法

2）選擇顯著水準與劃定臨界值

顯著水準α=.05，自由度df=（J，JN-J-1）

$q_{.05}$，（3,14） = 3.7

3）解釋結果

A. 籃球隊與柔道隊的垂直跳成績沒有差異存在。

B. 籃球隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

C. 柔道隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

287

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

$$F=\frac{(\bar{Y}_{籃}-\bar{Y}_{柔})^2}{MS_{error}\left(\frac{1}{N}+\frac{1}{N}\right)}；\frac{(\bar{Y}_{籃}-\bar{Y}_{體})^2}{MS_{error}\left(\frac{1}{N}+\frac{1}{N}\right)}；\frac{(\bar{Y}_{柔}-\bar{Y}_{體})^2}{MS_{error}\left(\frac{1}{N}+\frac{1}{N}\right)}$$

$F_1 =$ ；$F_2 =$ ；$F_3 =$

288

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

$$F_1 = \frac{(84.2 - 65.72)^2}{258.434(\frac{1}{6} + \frac{1}{6})} = \frac{(84.2 - 65.72)^2}{86.142} = 3.96$$

$$F_2 = \frac{(84.2 - 79.59)^2}{86.142} = 0.25$$

$$F_3 = \frac{(65.72 - 79.59)^2}{86.142} = 2.23$$

289

事後比較-7. Scheff'e 薛費氏法

2）選擇顯著水準與劃定臨界值

- 顯著水準α=.05，自由度df=（J-1,JN-J-1）
- 臨界值 =（J-1）*F= （3-1）*3.74 = 7.48

3）解釋結果

A. 籃球隊與柔道隊的垂直跳成績沒有差異存在。

B. 籃球隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

C. 柔道隊與體操隊的垂直跳成績沒有差異存在。

290

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

6.

調節與中介變項

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節與中介變項

調節與中介變項的分析

			解釋變項	調節變項	分　析　方 法		
調節／干擾變項的檢定	不含控制變項	6.4.1-（1）	類別	類別	2-way ANOVA		
		6.4.1-（2）	連續	類別	2-way ANOVA（p.143）		
		6.4.1-（3）	類別	連續	ANCOVA		
		6.4.1-（4）	連續	連續	迴歸（依序放入解釋變項、調節變項、相乘項）	ANCOVA（調節變項分成2組，放入固定因子，解釋變項放入共變量）	層級式迴歸（第一層：解釋變項（含調節變項），第二層：交互效果項）【6.5.3-（1）】
	含控制變項（類別）	6.4.2	連續	連續	迴歸（自變項欄位依序放入控制變項、解釋變項、解釋變項與調節變項之相乘項）		層級式迴歸（第一層：控制變項，第二層：解釋變項（含調節變項），第三層：交互效果項）【6.5.3-（2）】

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節與中介變項

中介變項的分析

			解釋變項	中介變項	分析方法
中介變項的檢定	完全中介	6.6 –（1）	連續	連續	一般迴歸
	完全與部分中介	6.6 –（2）	連續	連續	一般迴歸

層級式迴歸

層級式迴歸	不含控制變項	6.5.1	連續	連續	層級式迴歸（記得按『下一個』）
	含控制變項（類別）	6.5.2	連續	連續	層級式迴歸（第一層：控制變項，第二層：解釋變項）

293

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國 立 清 華 大 學

教 育 統 計 共 備

SPSS 操 作

教授：
謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

國立清華大學
教育統計共備

教授：

謝錦城 老師
王振世 老師
丁志堅 老師
許慧玉 老師

1

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

SPSS操作目錄

2

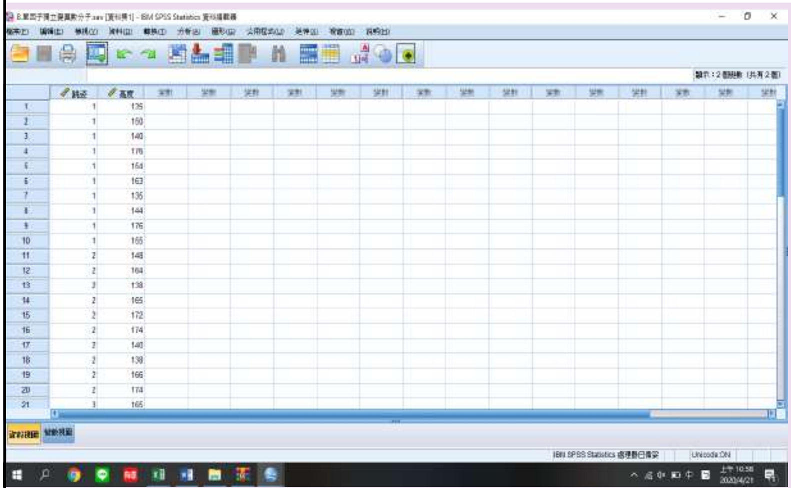
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

1.

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

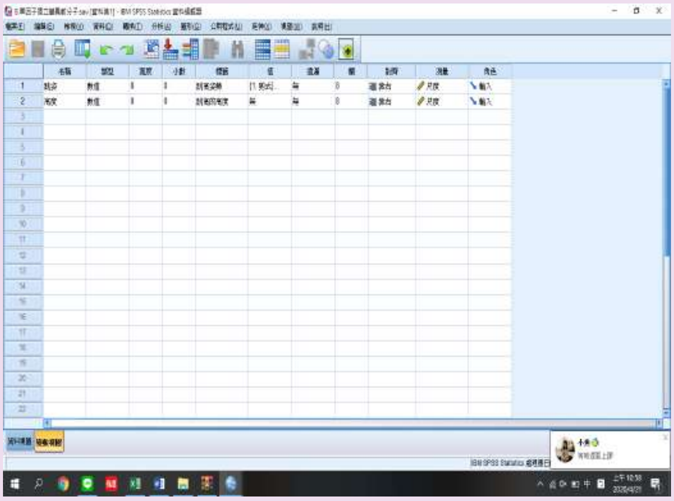
獨立樣本單因子變異數-SPSS操作



1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作



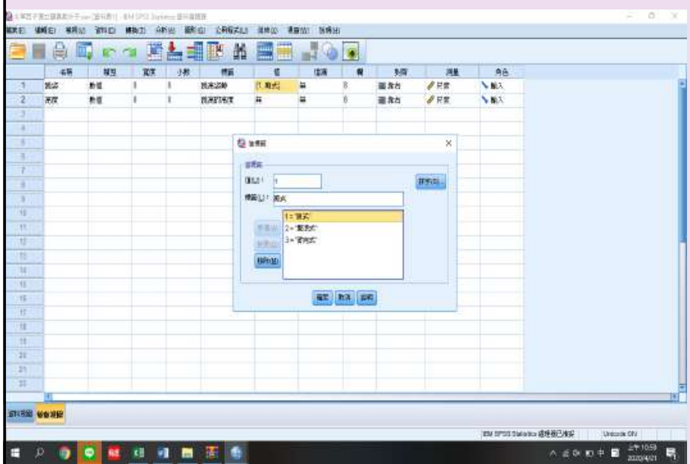
3. 點選下方“變數視圖”

4. 輸入名稱、標籤、值

5

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作



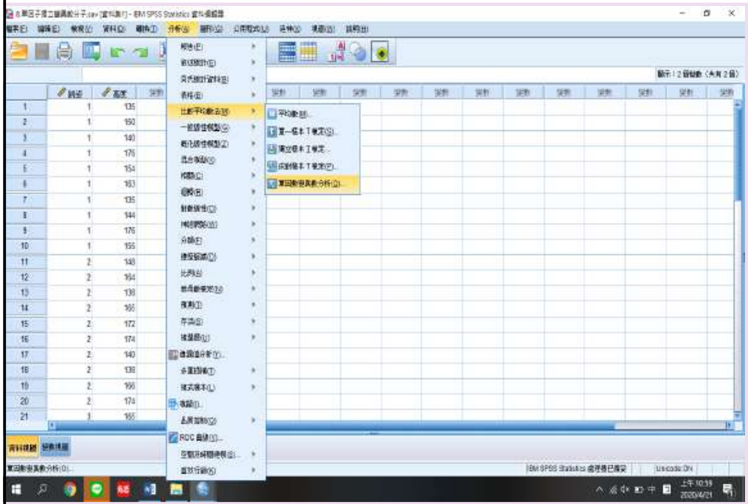
3. 點選下方“變數視圖”

4. 輸入名稱、標籤、值

6

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作

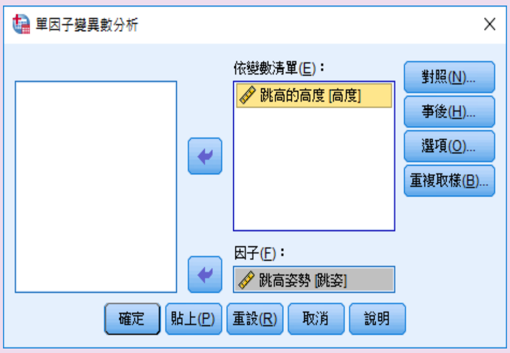


5. 點選“資料視圖”
6. 點選上方“分析”
7. 比較平均數法
8. 單因子變異數分析

7

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作

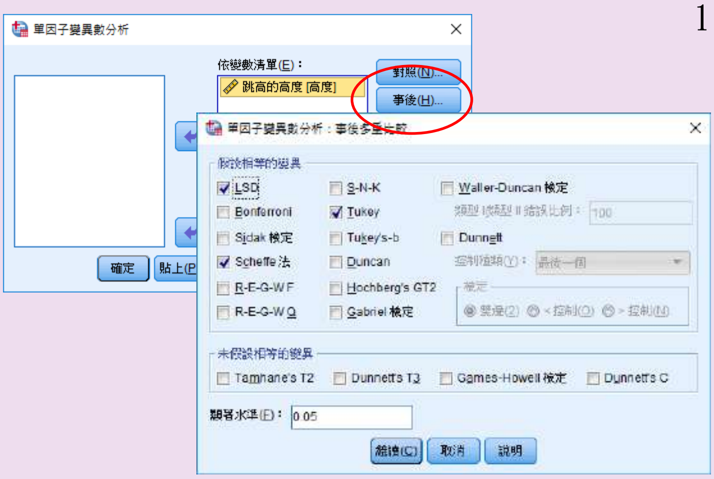


9. 設定依變數清單(高度)
    - 跳高的高度(高度)
10. 設定因子(跳姿)
    - 跳高姿勢(跳姿)

8

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作

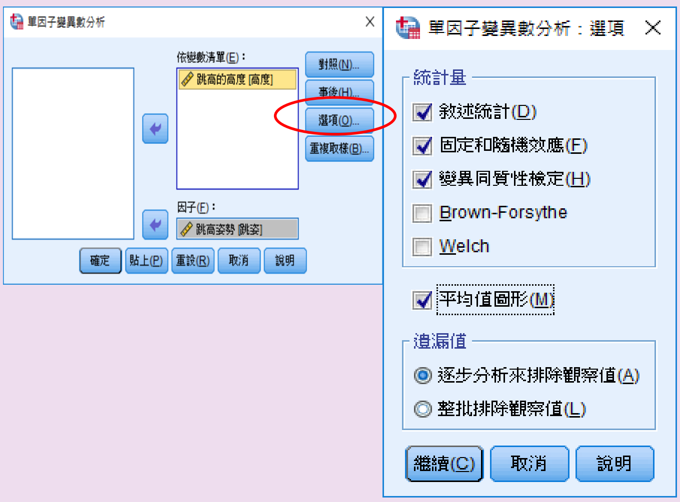


11. 點選 “事後”

9

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作



12. 點選 “選項”

10

獨立樣本單因子變異數-SPSS操作

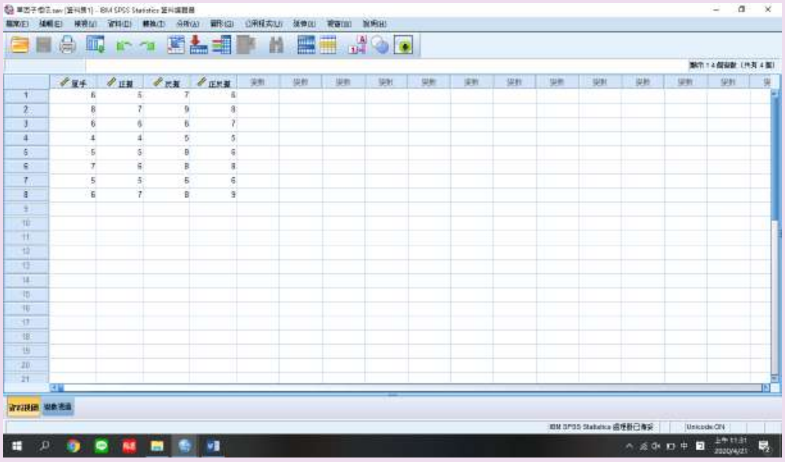
13. 設定完成後，點 “確定”

2.

相依樣本單因子變異數-SPSS操作

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

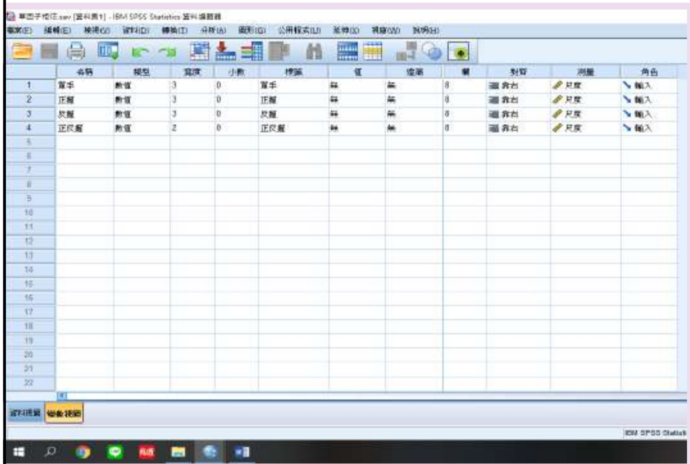
相依樣本單因子變異數-SPSS操作



1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

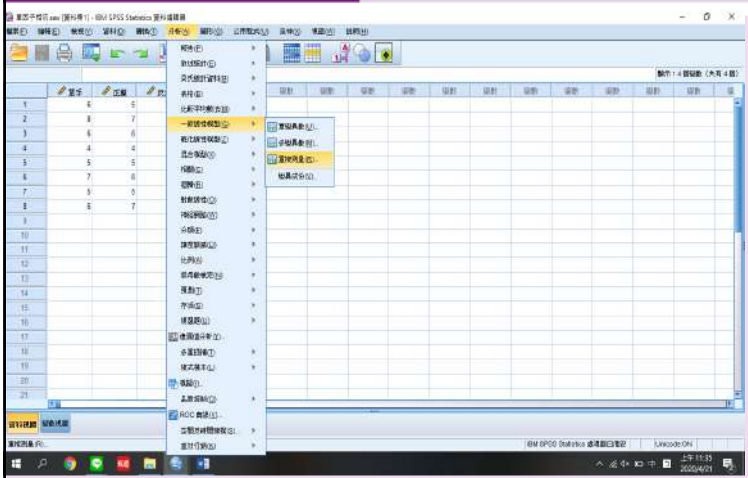
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作



3. 點選下方“變數視圖”
4. 輸入名稱、標籤

相依樣本單因子變異數-SPSS操作



5. 點選“資料視圖”

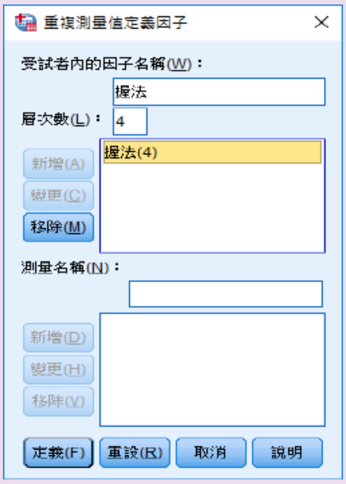
6. 點選上方“分析”

7. 一般線性模型

8. 重複測量

15

相依樣本單因子變異數-SPSS操作



9. 設定層次

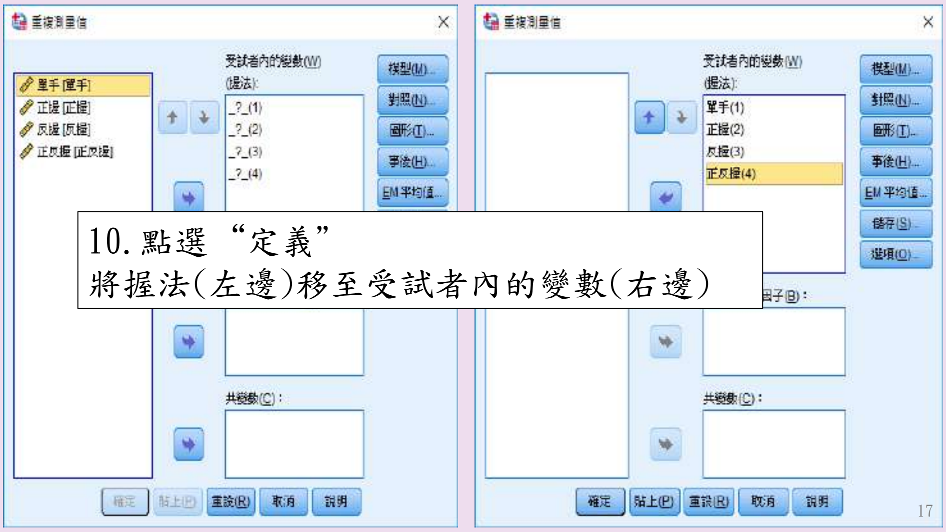
- 握法(4)

10. 點選“定義”

16

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作



17

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

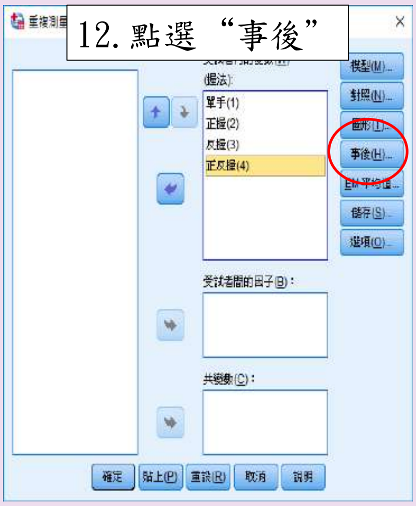
相依樣本單因子變異數-SPSS操作

18

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作

12. 點選 "事後"

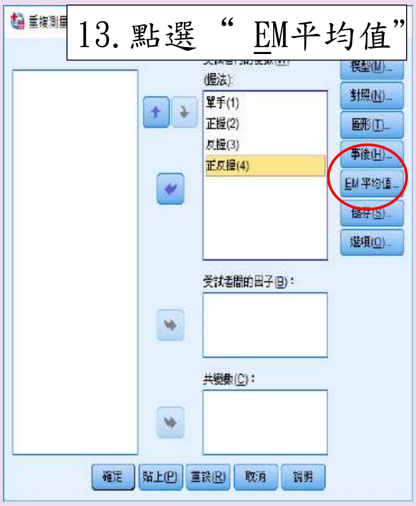


19

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作

13. 點選 " EM平均值"

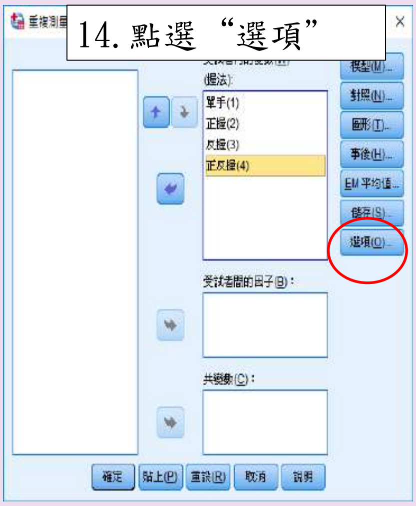


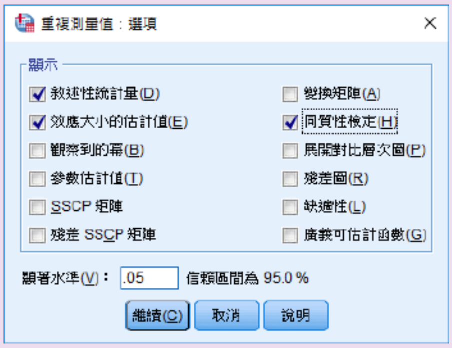
20

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作

14. 點選 “選項”





21

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本單因子變異數-SPSS操作

15. 點選 “確定”

22

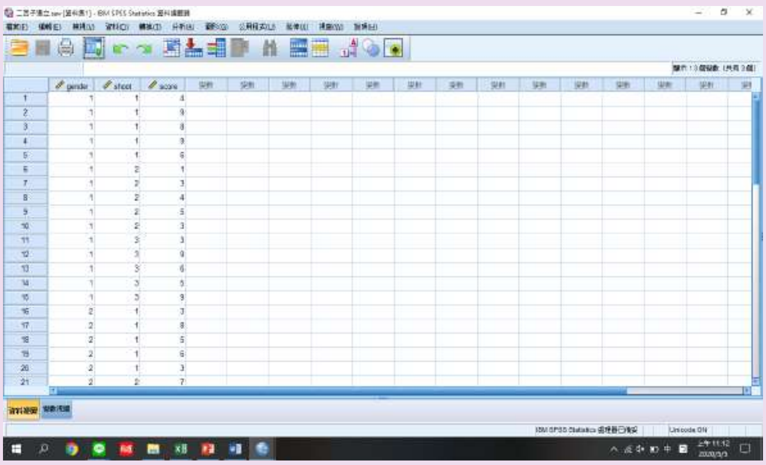
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

3.

獨立樣本二因子-SPSS操作

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

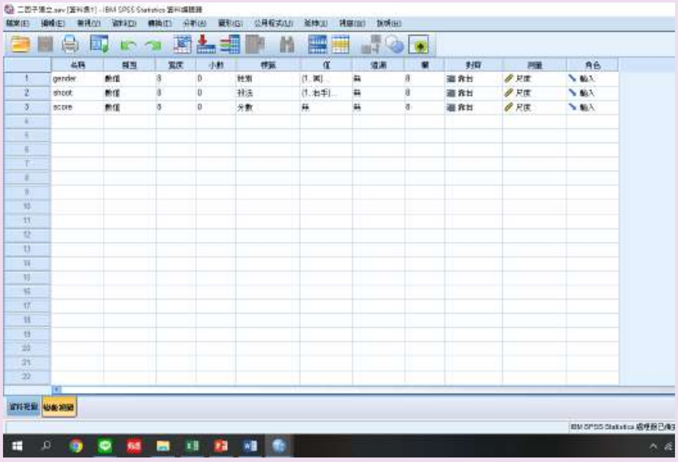
獨立樣本二因子-SPSS操作



1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作



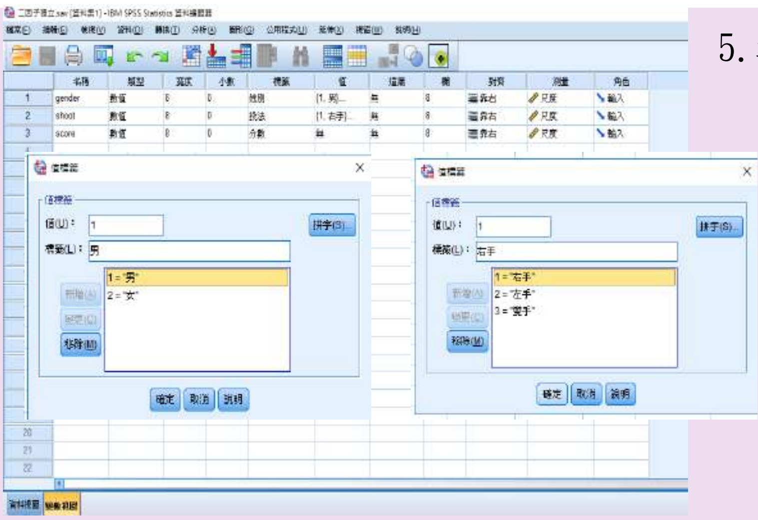
3. 點選下方“變數視圖”

4. 輸入名稱、標籤

25

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作

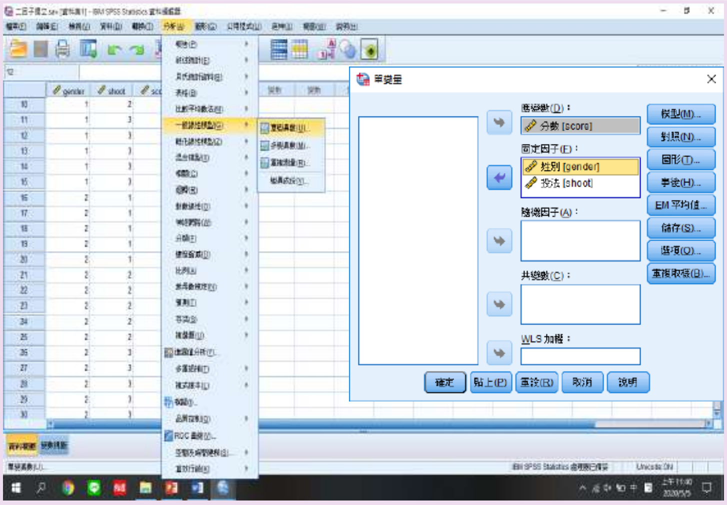


5. 輸入“值”

26

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作



6. 點選 “資料視圖”

7. 點選上方 “分析”

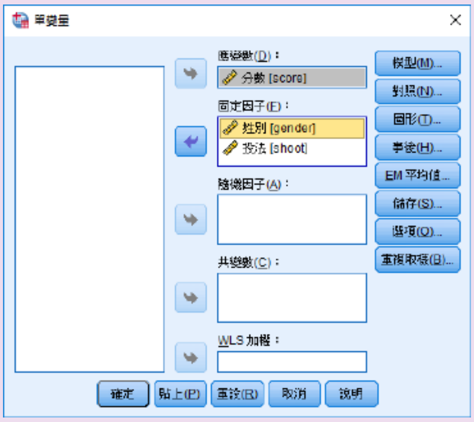
8. 一般線性模型

9. 單變異數

27

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作



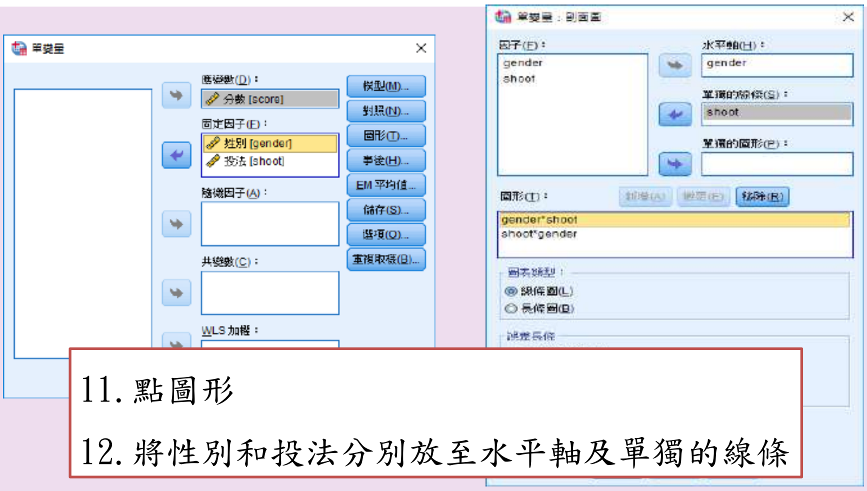
10. 將分數、性別、投法

分別放至應變數及固定因子

28

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作



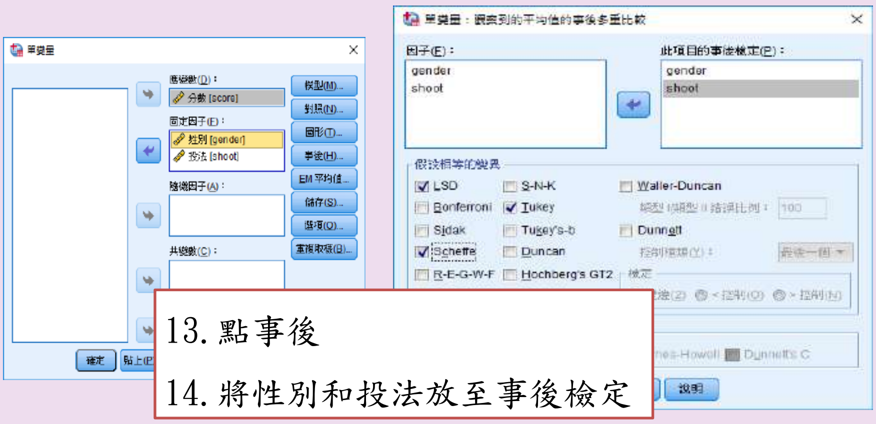
11. 點圖形

12. 將性別和投法分別放至水平軸及單獨的線條

29

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作

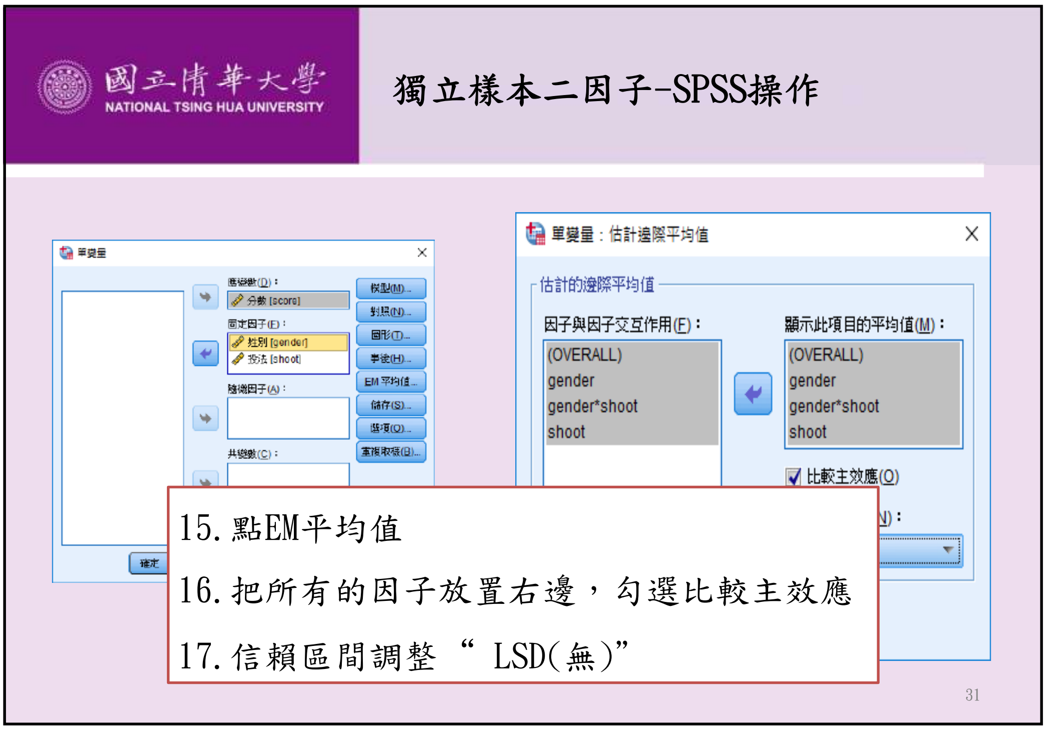


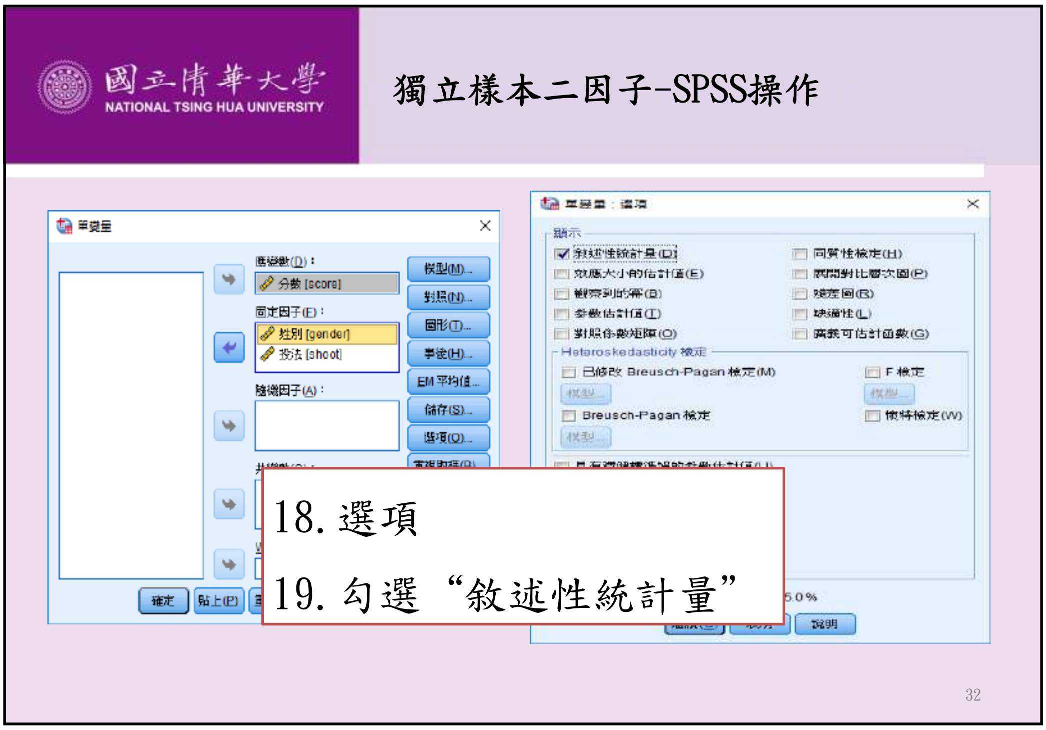
13. 點事後

14. 將性別和投法放至事後檢定

!!!性別只有兩個水準，所以不能做事後比較!!!

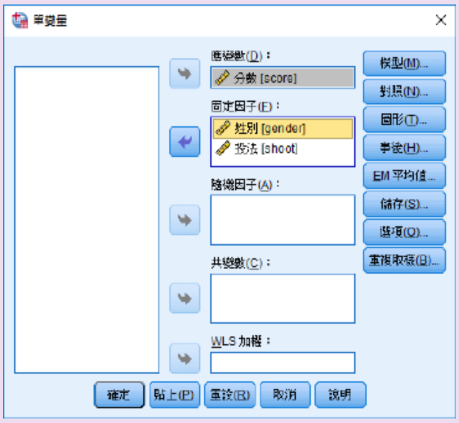
30


國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY
獨立樣本二因子-SPSS操作
15. 點EM平均值
16. 把所有的因子放置右邊，勾選比較主效應
17. 信賴區間調整 “ LSD(無)”
31


國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY
獨立樣本二因子-SPSS操作
18. 選項
19. 勾選 “敘述性統計量”
32

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子-SPSS操作



20. 確定

33

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

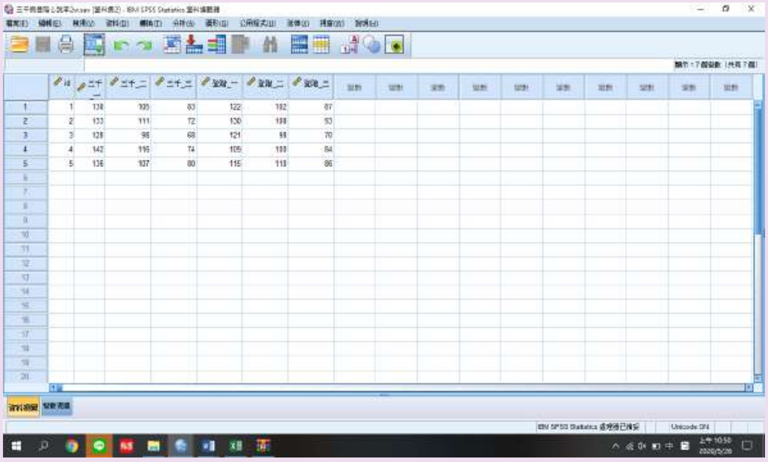
4.

相依樣本二因子-SPSS操作

34

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作

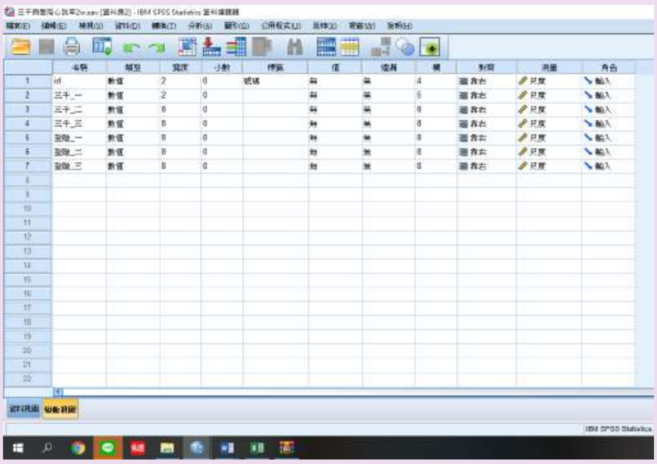


1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

35

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作

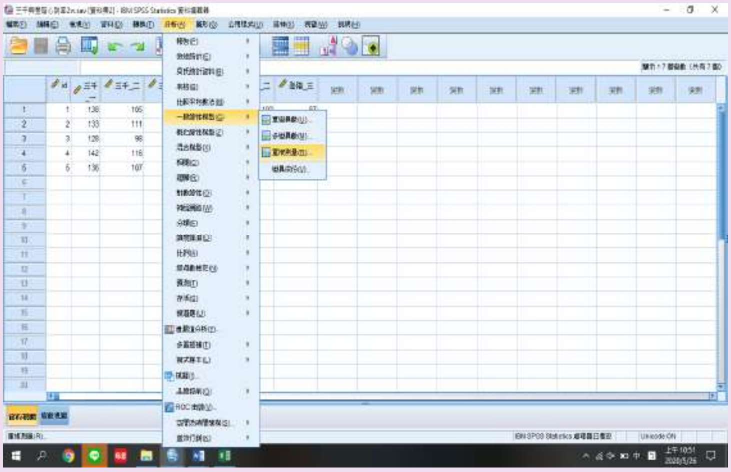


3. 點選下方 “變數視圖”
4. 輸入名稱、標籤

36

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作



5. 點選“資料視圖”

6. 點選上方“分析”

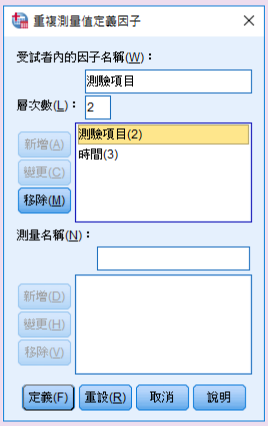
7. 一般線性模型

8. 重複測量

37

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作



9. 設定層次數

1） 測驗項目：2（三千公尺、登階）

2） 時間：3（一、二、三）

10. 定義

38

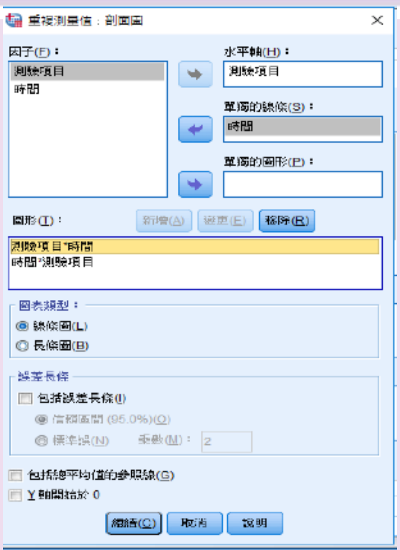
國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作

11. 將左邊變數放至受試者內的變數

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作

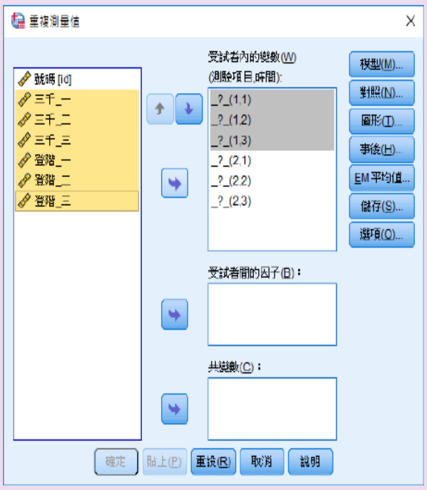


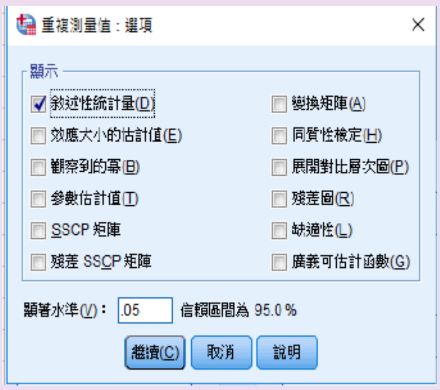
12. 點選 “圖形”

相依樣本二因子-SPSS操作

13. 點選 "EM平均值"

相依樣本二因子-SPSS操作





14. 點選 "選項"

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

相依樣本二因子-SPSS操作

15. 確定

43

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

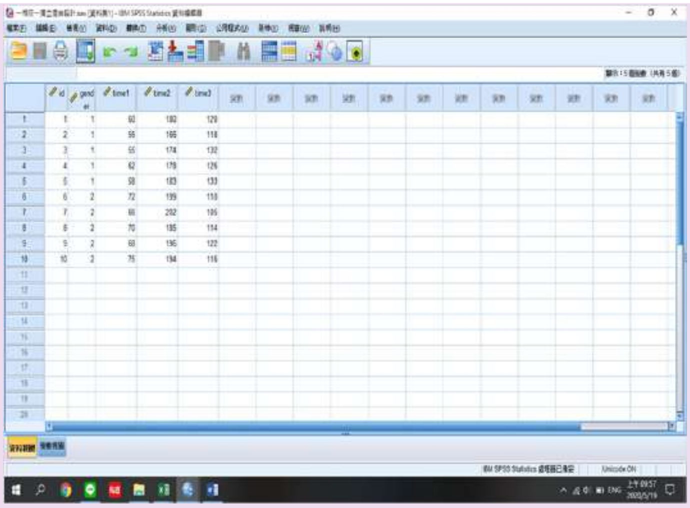
5.

混合二因子-SPSS操作

44

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

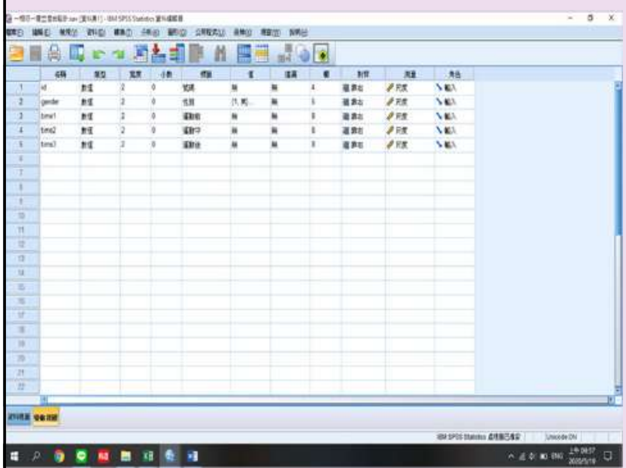
混合二因子-SPSS操作



1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

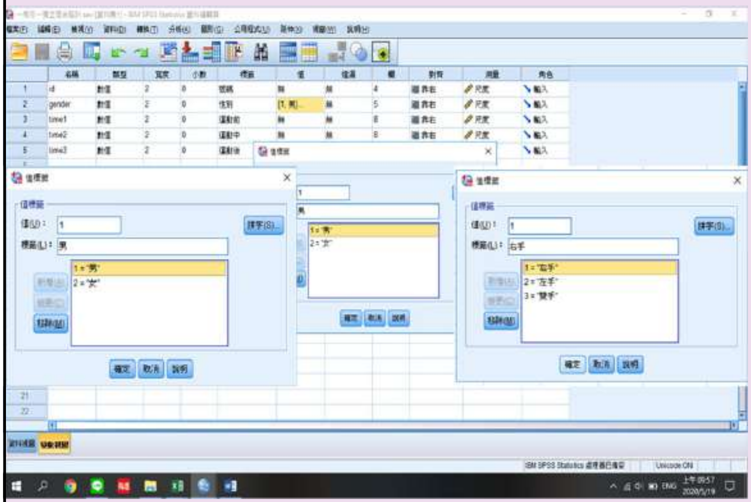
混合二因子-SPSS操作



3. 點選下方“變數視圖”
4. 輸入名稱、標籤

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

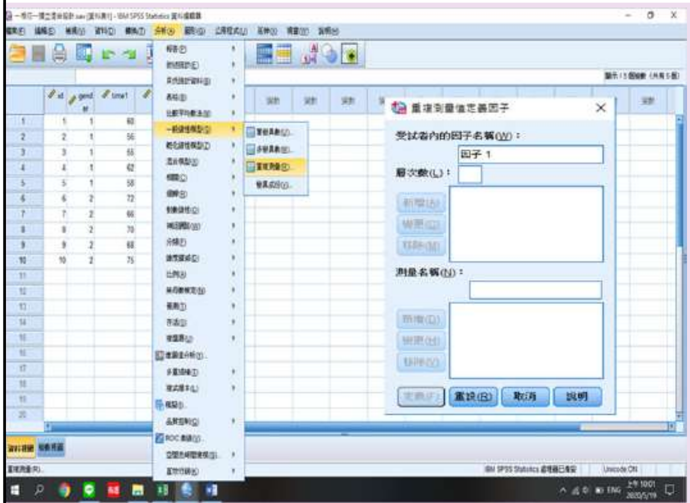
混合二因子-SPSS操作



5. 輸入 “值”

国立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作



6. 點選 “資料視圖”

7. 點選上方 “分析”

8. 一般線性模型

9. 重複測量

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作

10. 輸入“運動期”

11. 層次設為“3”

12. 點選“定義”

49

NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作

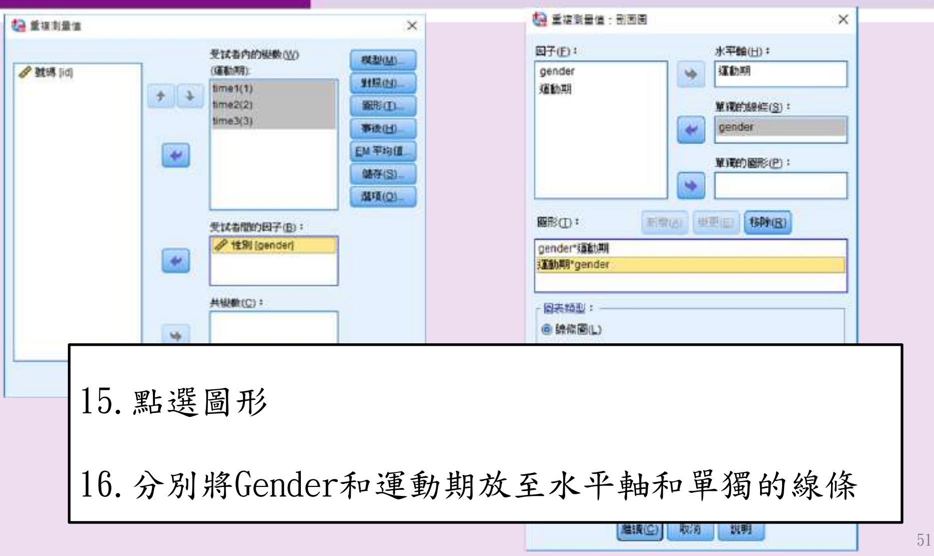
13. 將time1、time2、time3

放至受試者內的變數

14. 性別放至受試者間的因子

50

混合二因子-SPSS操作



15. 點選圖形

16. 分別將Gender和運動期放至水平軸和單獨的線條

51

混合二因子-SPSS操作

17. 點選事後

18. 把gender選至事後檢定，勾選（LSD、Tukey、Scheffe）

52

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作

17. 點選Em平均值

18. 將(Overall)、gender、運動期、gender*運動期，選至右邊

19. 勾選比較主效應

信賴區間調整：Bonferroni

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作

20. 點選 “選項”

21. 勾選 “敘述性統計量”

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

混合二因子-SPSS操作

22. 確定

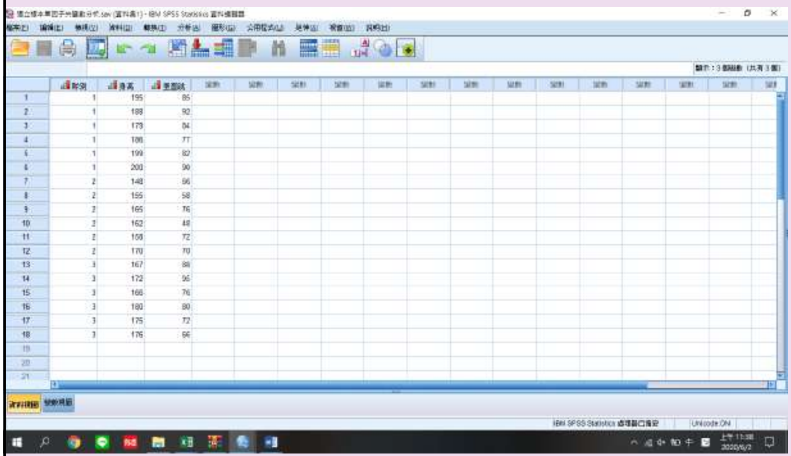
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

6.

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

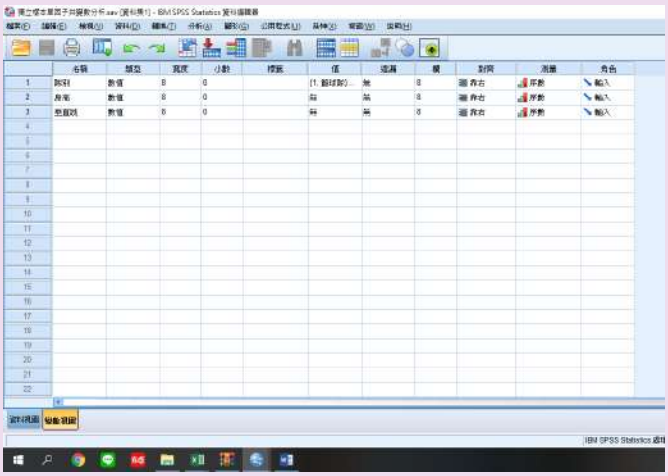


1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

57

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

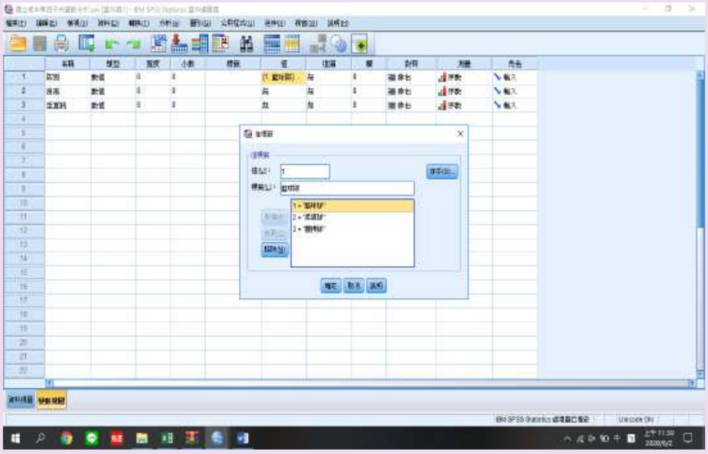


3. 點選下方“變數視圖”
4. 輸入名稱、標籤

58

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

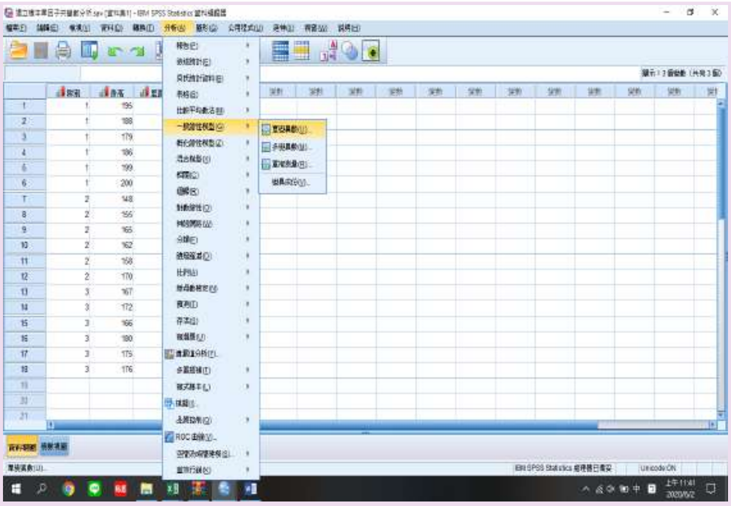


5. 輸入 “值”

59

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作



6. 點選 “資料視圖”

7. 點選上方 “分析”

8. 一般線性模型

9. 單變異數

60

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

10. 將垂直跳放至應變數

11. 將隊別放至固定因子

12. 將身高放至共變數

61

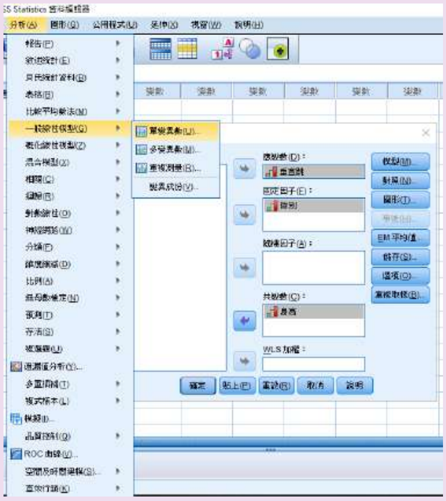
獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

13. 點選“圖形”

62

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作

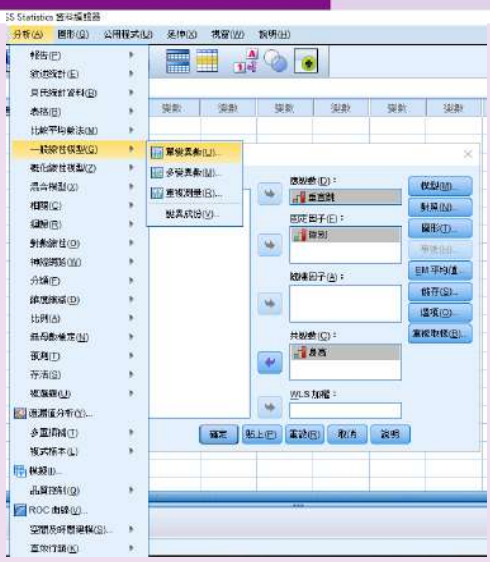


14. 點選 “EM平均值”

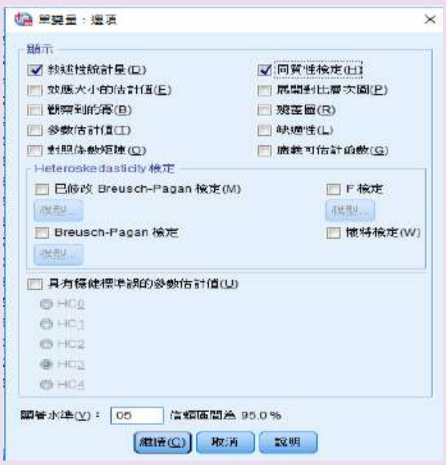
63

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作



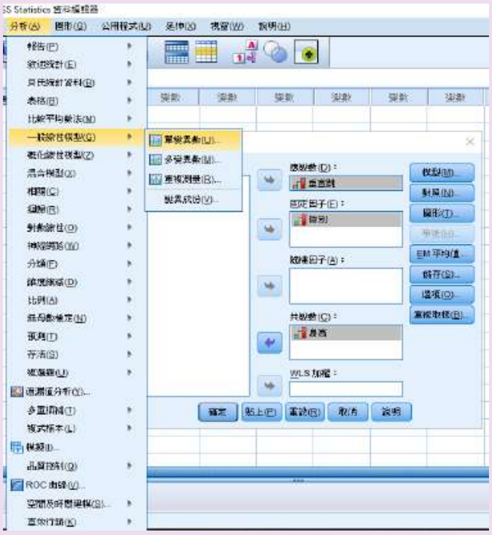
15. 點選 “選項”



64

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本單因子共變數-SPSS操作



16. 確定

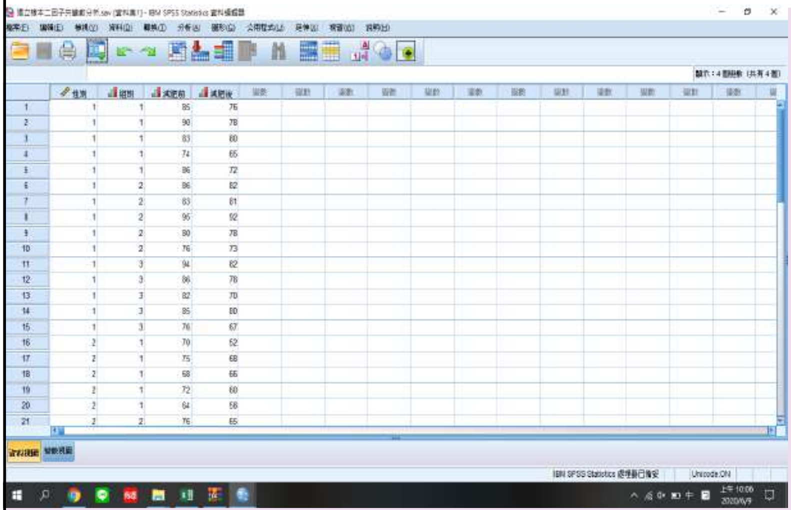
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

7.

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

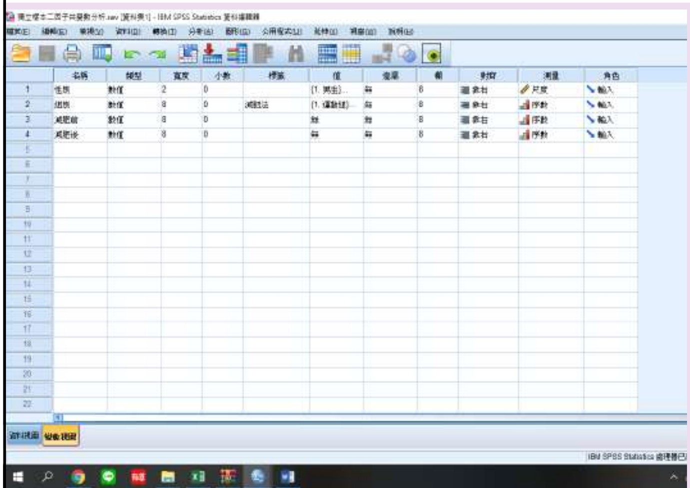


1. 打開SPSS
2. 將數據貼上

67

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

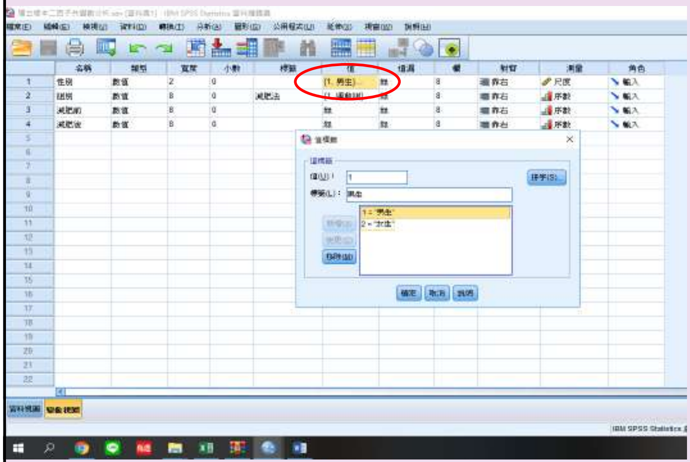


3. 點選下方“變數視圖”
4. 輸入名稱、標籤、值

68

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作



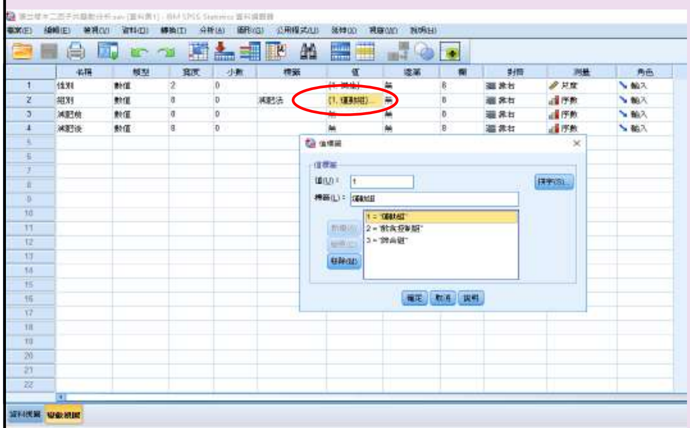
4. 輸入名稱、標籤、

值(男生、女生)

69

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作



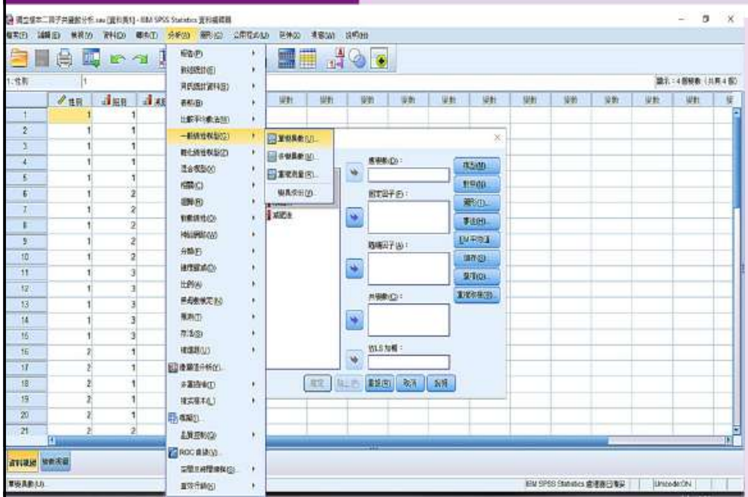
4. 輸入名稱、標籤、

值(運動組、飲食控制

組、綜合組)

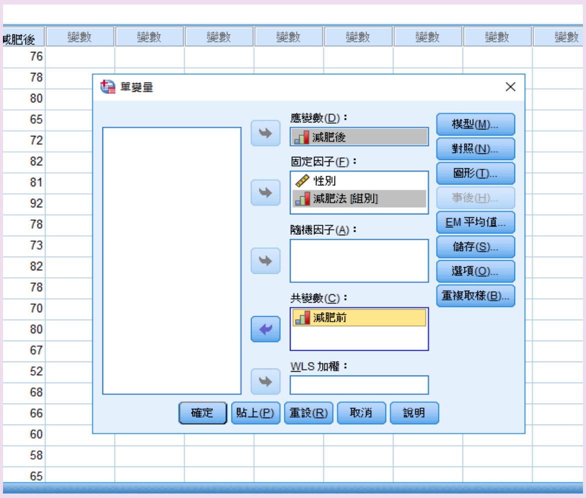
70

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作



5. 點選“資料視圖”
6. 點選上方“分析”
7. 一般線性模型
8. 單變異數

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

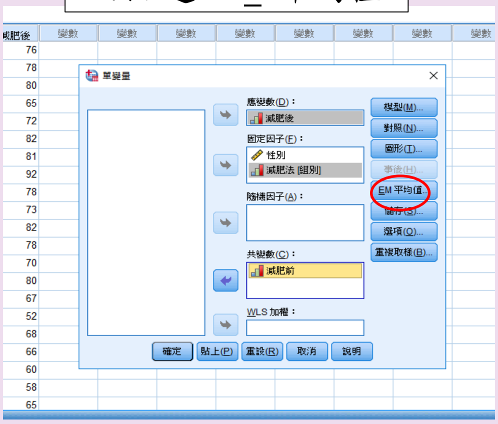


9. 設定應變數
   - 減肥後
10. 設定固定因子
    - 減肥法(組別)
11. 設定共變數
    - 減肥前

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

12. 點選 “ EM平均值”

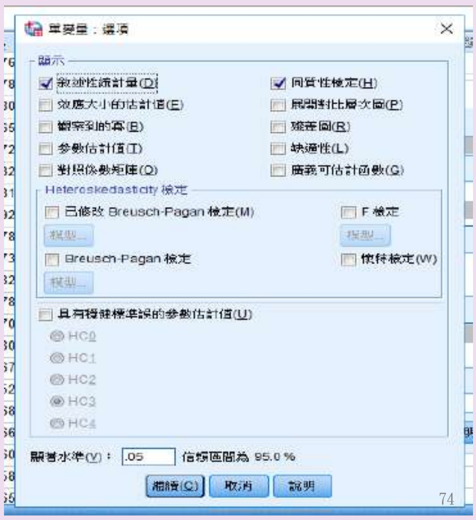


73

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

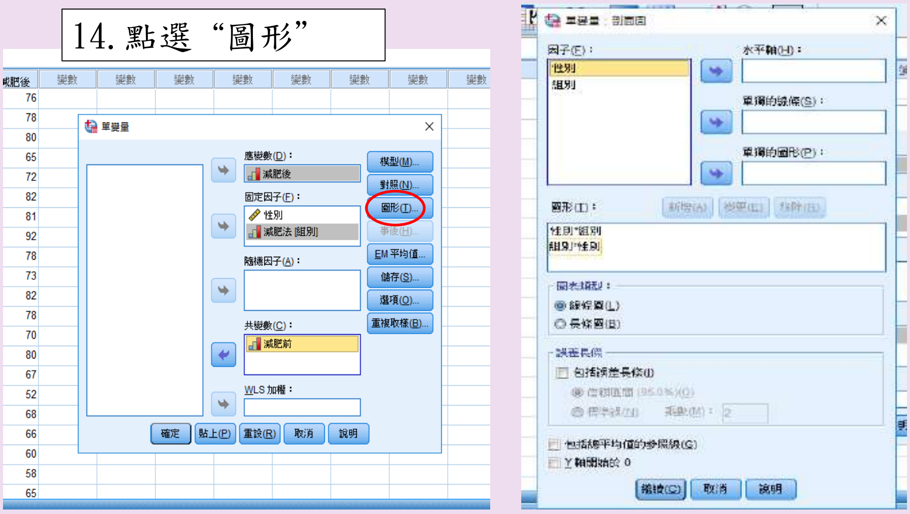
13. 點選 “選項”



74

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

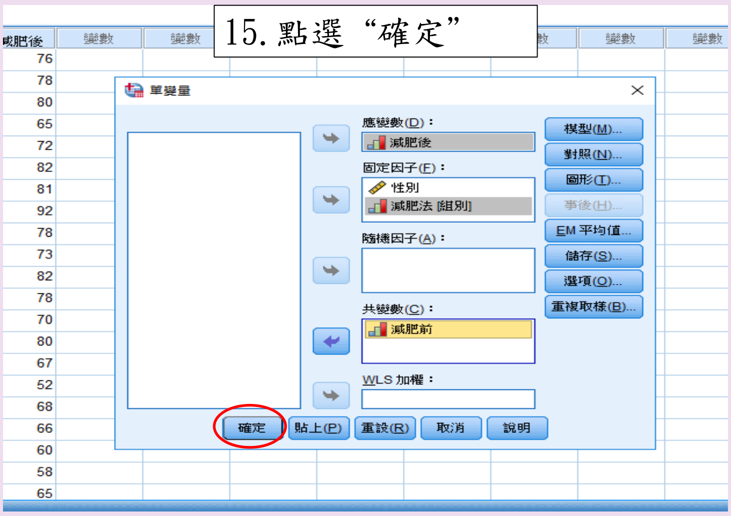
14. 點選 “圖形”



75

獨立樣本二因子共變數-SPSS操作

15. 點選 “確定”



76

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

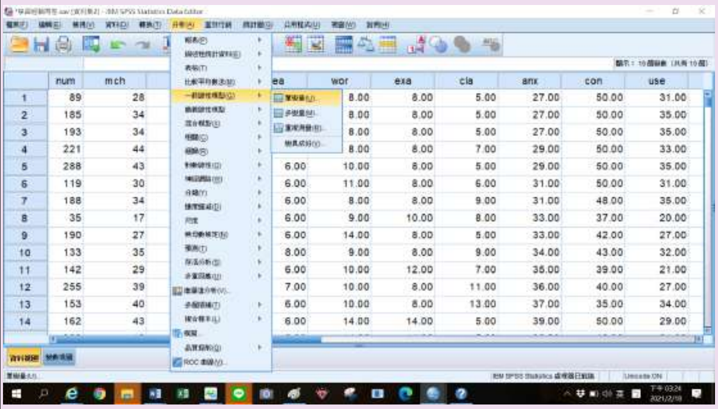
8.

用GLM作調節變項-SPSS操作

77

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

用GLM作調節變項-SPSS操作



1. 打開SPSS
2. 將數據貼上
3. 點選上方“分析”
4. 一般線性模型
5. 單變量

78

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

用GLM作調節變項-SPSS操作

6. 設定因變數：數學成就

7. 設定共變數：
   1）恐懼
   2）工作投入

8. 模型

79

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

用GLM作調節變項-SPSS操作

9. 將左邊因數放至模型內

80

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

用GLM作調節變項-SPSS操作

10. 點選 "圖形"

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

用GLM作調節變項-SPSS操作

11. 確定

用GLM作調節變項-SPSS操作

主旨間效果檢定

因變數：　數學成就

來源	第 III 類平方和	df	平均值平方	F	顯著性
修正的模型	3255.300[a]	3	1085.100	10.624	.000
截距	7204.061	1	7204.061	70.533	.000
fea	1050.307	1	1050.307	10.283	.001
ein	572.041	1	572.041	5.601	.019
fea * ein	332.176	1	332.176	3.252	.072
錯誤	30232.737	296	102.138		
總計	216861.000	300			
校正後總數	33488.037	299			

a. R 平方 = .097（調整的 R 平方 = .088）

83

用GLM作調節變項-SPSS操作

參數評估

因變數：　數學成就

參數	B	標準錯誤	T	顯著性	95% 信賴區間 下限	95% 信賴區間 上限
截距	44.118	5.253	8.398	.000	33.780	54.456
fea	-.912	.284	-3.207	.001	-1.472	-.352
ein	-.767	.324	-2.367	.019	-1.405	-.129
fea * ein	.031	.017	1.803	.072	-.003	.064

84

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

9.

調節_中介變項SPSS操作步驟

85

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

SPSS操作步驟

6.4.1-(4) 1

不含控制變項 = A

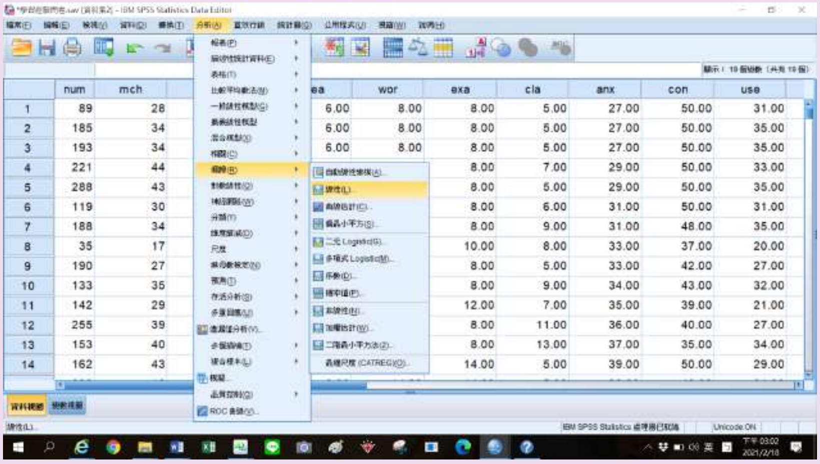
相乘項(交互作用項)

86

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

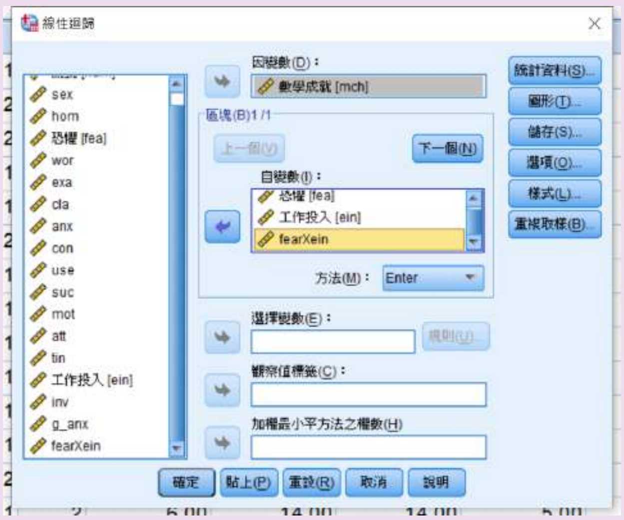
調節_中介變項SPSS操作步驟

迴歸分析



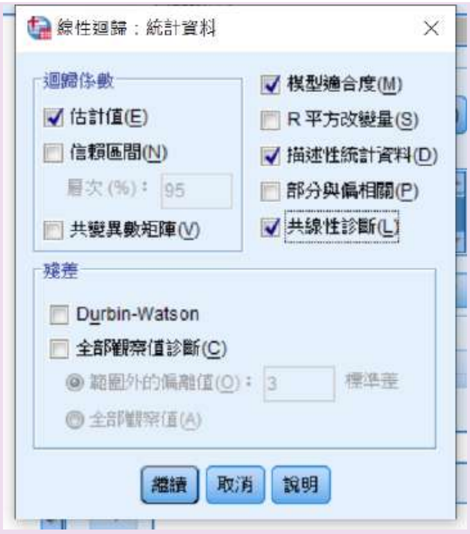
國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟



國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟



89

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.312[a]	.097	.088	10.106

a. 預測值：（常數），fearXein, 工作投入, 恐懼

係數[a]

模型		非標準化係數		標準化係數	T	顯著性	共線性統計資料	
		B	標準錯誤	Beta			允差	VIF
1	（常數）	44.118	5.253		8.398	.000		
	恐懼	-.912	.284	-.562	-3.207	.001	.099	10.074
	工作投入	-.767	.324	-.334	-2.367	.019	.154	6.511
	fearXein	.031	.017	.420	1.803	.072	.056	17.764

a. 應變數：數學成就

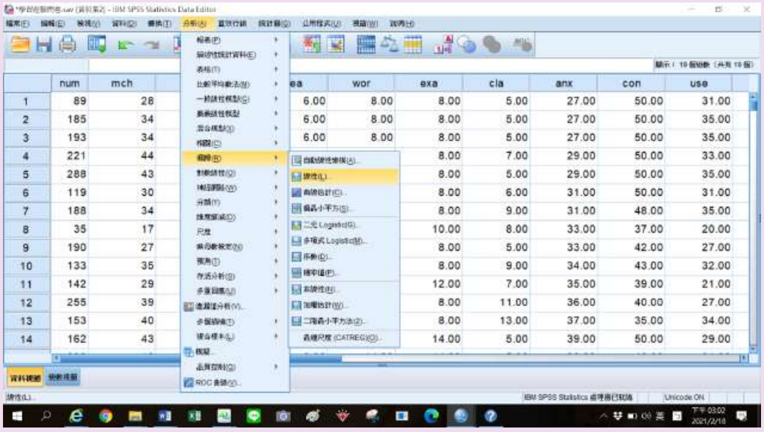
90

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

B操作方式

層級式迴歸



國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

第一層

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

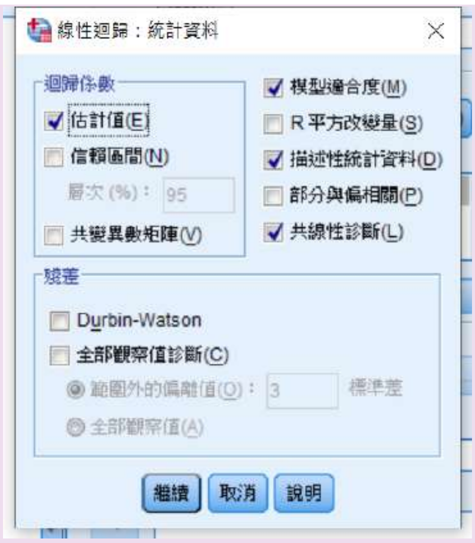
調節_中介變項SPSS操作步驟

第二層

93

國立清華大學
NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟



94

調節_中介變項SPSS操作步驟

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.295[a]	.087	.081	10.145
2	.312[b]	.097	.088	10.106

a. 預測值：（常數），恐懼，工作投入

b. 預測值：（常數），恐懼，工作投入，fearXein

調節_中介變項SPSS操作步驟

係數[a]

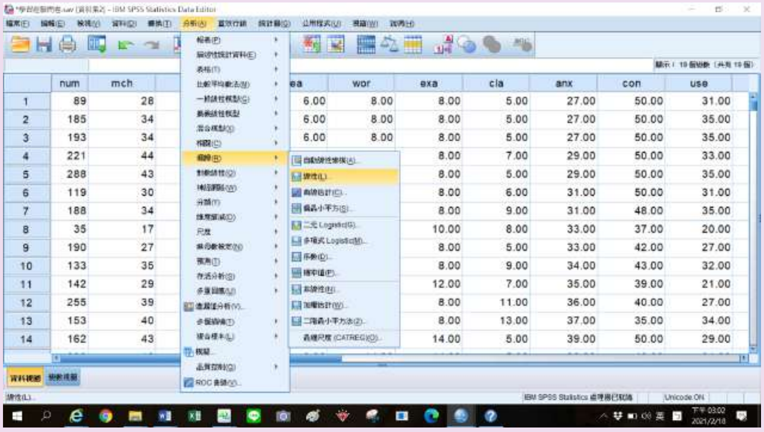
模型		非標準化係數 B	非標準化係數 標準錯誤	標準化係數 Beta	T	顯著性	共線性統計資料 允差	共線性統計資料 VIF
1	（常數）	35.754	2.476		14.438	.000		
	工作投入	-.231	.129	-.100	-1.785	.075	.975	1.026
	恐懼	-.426	.091	-.263	-4.676	.000	.975	1.026
2	（常數）	44.118	5.253		8.398	.000		
	工作投入	-.767	.324	-.334	-2.367	.019	.154	6.511
	恐懼	-.912	.284	-.562	-3.207	.001	.099	10.074
	fearXein	.031	.017	.420	1.803	.072	.056	17.764

a. 應變數：數學成就

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

C操作方式
層級式迴歸



97

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

第一層
→放控制變項

98

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

第二層

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

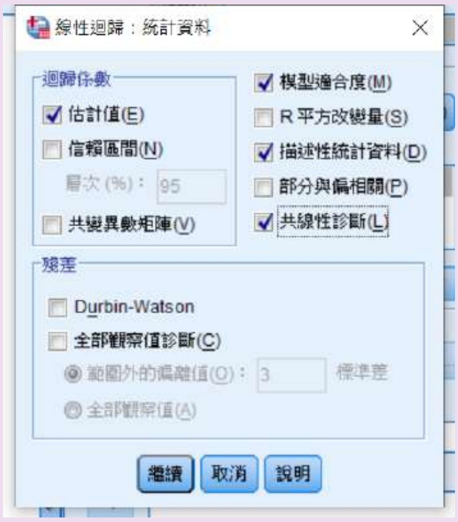
調節_中介變項SPSS操作步驟

第三層
交互作用

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

第三層
交互作用



國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

模型摘要

模型	R	R 平方	調整後 R 平方	標準偏斜度錯誤
1	.152[a]	.023	.016	10.496
2	.346[b]	.120	.108	9.997
3	.366[c]	.134	.119	9.931

a. 預測值：（常數），hom, sex

b. 預測值：（常數），hom, sex, 工作投入, 恐懼

c. 預測值：（常數），hom, sex, 工作投入, 恐懼, fearXein

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

係數[a]

模型		非標準化係數 B	標準錯誤	標準化係數 Beta	T	顯著性	共線性統計資料 允差	VIF
1	（常數）	21.272	2.401		8.860	.000		
	sex	3.083	1.213	.146	2.541	.012	.999	1.001
	hom	-.607	.743	-.047	-.817	.415	.999	1.001
2	（常數）	32.468	3.342		9.716	.000		
	sex	3.589	1.162	.170	3.089	.002	.988	1.012
	hom	-.882	.709	-.068	-1.244	.214	.994	1.006
	工作投入	-.219	.128	-.095	-1.721	.086	.971	1.030
	恐懼	-.459	.090	-.283	-5.079	.000	.963	1.038
3	（常數）	42.496	5.595		7.595	.000		
	sex	3.852	1.160	.182	3.321	.001	.978	1.023
	hom	-.971	.706	-.075	-1.377	.170	.990	1.010
	工作投入	-.874	.320	-.380	-2.730	.007	.152	6.578
	恐懼	-1.055	.282	-.650	-3.736	.000	.097	10.286
	fearXein	.037	.017	.513	2.227	.027	.056	18.000

a. 應變數：數學成就

103

國立清華大學 NATIONAL TSING HUA UNIVERSITY

調節_中介變項SPSS操作步驟

結果呈現

投入var/model	M1	M2	M3	VIF
SEX	.144*	.165**	.162**	1.01
家庭				
FEAR		-.166**	.219	13.644
工作投入		.269**	.521**	6.641
TIN*FEAR			-362*	10.936
R^2	.021	.162*	.174*	

fear

工作投入 → Ach

$r_{tin \cdot Ach}$=.344**

$r_{fear \cdot Ach}$=-.192**

104